# ผนวก ง

# สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์

## (Non-parametric Statistics)

การทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์เป็นการทดสอบที่ใช้แทนการทดสอบแบบใช้พารามิเตอร์ (Parametric Test) ในกรณีที่ไม่สามารถทดสอบค่าพารามิเตอร์ได้โดยตรง หรือข้อมูลมีมาตรวัดที่ไม่ละเอียดเพียงพอ เช่นวัดในรูปการจัดอันดับ การทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ไม่มีข้อกำหนดเกี่ยวกับการแจกแจงของประชากรว่าต้องเป็นการแจกแจงปกติเสมอ ดังนั้นจึงอาจเรียกว่า Distribution-free test อย่างไรก็ตาม การทดสอบด้วยวิธีนี้จะมีความน่าเชื่อถือน้อยกว่าการทดสอบแบบใช้พารามิเตอร์ แต่ก็สามารถเพิ่มความน่าเชื่อถือด้วยการเพิ่มขนาดของตัวอย่างให้มากขึ้น การทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์มีหลายวิธีทั้งที่ใช้ในการทดสอบประชากรกลุ่มเดียว สองกลุ่ม หรือมากกว่าสองกลุ่ม การทดสอบสหสัมพันธ์ และการทดสอบความสุ่มของข้อมูล

### การทดสอบเครื่องหมาย (The Sign Test)

**1. *การทดสอบเครื่องหมายกรณีตัวอย่างกลุ่มเดียว (The Sign Test For One Sample)***

การทดสอบวิธีนี้เป็นการทดสอบค่ามัธยฐาน(Median)ของตัวอย่างกลุ่มเดียว โดยมีหลักการว่า ถ้าค่ามัธยฐานเป็นตามสมมติฐานที่วางไว้ ค่าของตัวอย่างจะมีจำนวนครึ่งหนึ่งที่มีค่าสูงกว่าค่ามัธยฐานที่แท้จริง และอีกจำนวนครึ่งหนึ่งมีค่าต่ำกว่าค่ามัธยฐานที่แท้จริง นอกจากนี้ยังสามารถทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย (Mean) แทนค่ามัธยฐานได้โดยต้องมีข้อกำหนดว่าการแจกแจงของประชากรมีลักษณะสมมาตร คือ โดยคร่าวๆ จะมีจำนวนตัวอย่างครึ่งหนึ่งที่มีค่าสูงกว่าค่าเฉลี่ยที่แท้จริง และอีกจำนวนครึ่งหนึ่งมีค่าต่ำกว่าค่าเฉลี่ยที่แท้จริง

$H_0$ : Med = $Med_0$ ($\pi = 0.5$)

$H_1$ : Med $\neq$ $Med_0$ ($\pi \neq 0.5$)

สมมติผลผลิตของแผนกประกอบชิ้นส่วนในแต่ละกะด้วยวิธีการผลิตใหม่เป็นดังตาราง

| กะที่ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ผลผลิต | 75 | 85 | 92 | 80 | 94 | 90 | 91 | 75 | 88 | 82 | 95 | 83 |
| เครื่องหมาย($Med_0$=80) | - | + | + | 0 | + | + | + | - | + | + | + | + |

จำนวนเครื่องหมายบวก(+) = 9 , จำนวนเครื่องหมายลบ(-) = 2 $\therefore n = 11$

ในการทดสอบเครื่องหมาย จะเปรียบเทียบค่าของตัวอย่างแต่ละค่ากับค่ามัธยฐานหรือค่าเฉลี่ยตามที่ตั้งสมมติฐานไว้ หากค่าสูงกว่าก็ให้เครื่องหมายบวก หากค่าต่ำกว่าก็ให้เครื่องหมายลบ หากค่าเท่ากันให้ตัดทิ้งไม่นำมาพิจารณา และการทดสอบนัยสำคัญทางสถิติจะเป็นการทดสอบสัดส่วน ($\pi$) ของจำนวนเครื่องหมายบวกและลบว่าแต่ละเครื่องหมายมีสัดส่วนเท่ากับ 0.5 หรือไม่ โดยจะใช้การแจกแจงแบบทวินามในการทดสอบถ้าตัวอย่างขนาดเล็ก ($n \le 20$) แต่ถ้าตัวอย่างขนาดใหญ่ ($n > 20$) จะใช้การแจกแจงแบบปกติประมาณการแจกแจงแบบทวินาม ดังนี้

$$Z = \frac{p - \pi}{\sqrt{(\pi(1-\pi))/n}}$$

***2. การทดสอบเครื่องหมายกรณีตัวอย่างพึ่งพิง 2 กลุ่ม (The Sign Test For Two Dependent Sample )***

การทดสอบวิธีนี้เป็นการทดสอบค่าของตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ว่ามาจากประชากรที่มีค่าเท่ากันหรือไม่ โดยหาผลต่างของตัวอย่างแต่ละคู่ ถ้าตัวอย่างกลุ่มที่ 1 สูงกว่าก็ให้เครื่องหมายบวก ถ้าต่ำกว่าก็ให้เครื่องหมายลบ ถ้าเท่ากันให้ศูนย์คือตัดทิ้งไม่นำมาพิจารณา และการทดสอบนัยสำคัญทางสถิติจะเป็นการทดสอบสัดส่วน ($\pi$) ของจำนวนเครื่องหมายบวกและลบว่าแต่ละเครื่องหมายมีสัดส่วนเท่ากับ 0.5 หรือไม่เช่นเดียวกันกับการทดสอบกลุ่มเดียว

$H_0 : \pi = 0.5$

$H_1 : \pi \neq 0.5$ หรือ $H_1 : \pi > 0.5$ หรือ $H_1 : \pi < 0.5$

**สมมติผลการชิมชา 2 ยี่ห้อของนักชิม 14 คนเพื่อเปรียบเทียบรสชาติเป็นดังตาราง**

| คนที่ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ยี่ห้อ 1 (X1) | 20 | 24 | 28 | 24 | 20 | 29 | 19 | 27 | 20 | 30 | 18 | 28 | 26 | 24 |
| ยี่ห้อ 2 (X2) | 16 | 26 | 18 | 17 | 20 | 21 | 23 | 22 | 23 | 20 | 18 | 21 | 17 | 26 |
| เครื่องหมาย(X1-X2) | + | - | + | + | 0 | + | - | + | - | + | 0 | + | + | - |

**จำนวนเครื่องหมายบวก(+) = 8 , จำนวนเครื่องหมายลบ(-) = 4 $\therefore n = 12$**

เนื่องจาก $P(X \ge 8, n{=}12, \pi{=}.5) = .1937$ ถ้า $P(X \ge 8) < \alpha/2$ จะปฏิเสธ $H_0$ แต่เมื่อกำหนด $\alpha = .05$ จะได้ $P(X \ge 8) > .05/2$ หรือ $> .025$ นั่นคือยอมรับ $H_0$ นักชิมชอบชาทั้ง 2 ยี่ห้อเท่ากัน ณ ระดับนัยสำคัญ .05 ถ้าเปลี่ยนจำนวนตัวอย่างที่สุ่มเป็น 80 คน และพบว่าชอบยี่ห้อ 1 มากกว่ายี่ห้อ 2 จำนวน 48 คน ชอบยี่ห้อ 2 มากกว่ายี่ห้อ 1 จำนวน 28 คน ชอบเท่ากัน 8 คน เพราะฉะนั้น $n = 72$ ซึ่งถือว่าเป็นตัวอย่างขนาดใหญ่ จึงใช้การแจกแจงปกติในการทดสอบ

$$Z = \frac{p - .5}{\sqrt{.25 / 72}} = \frac{.667 - .5}{\sqrt{.25 / 72}} = 2.828$$

ผลการทดสอบจะปฏิเสธ $H_0$ นักชิมชอบชาทั้ง 2 ยี่ห้อไม่เท่ากัน ณ ระดับนัยสำคัญ .05 เนื่องจาก Z ที่คำนวณได้ มากกว่า $Z_{(.05/2)}$ ซึ่งเท่ากับ $\pm$ 1.96 เมื่อกำหนด $\alpha$ = .05

**การทดสอบวิลคอกซัน (The Wilcoxon Signed Rank Test)**

***1. การทดสอบวิลคอกซัน กรณีตัวอย่างกลุ่มเดียว (The Wilcoxon Test For One Sample)***

การทดสอบวิธีนี้เป็นการทดสอบค่ากลางของตัวอย่างกลุ่มเดียวว่ามีค่าตามสมมติฐานที่วางไว้เช่นเดียวกับการทดสอบเครื่องหมาย แต่จะคำนึงถึงขนาดของความแตกต่างระหว่างตัวอย่างแต่ละค่ากับค่ากลางตามสมมติฐานด้วย แล้วนำผลต่างมาเรียงลำดับโดยไม่คิดเครื่องหมาย ผลต่างที่มีค่าเท่ากันให้เฉลี่ยอันดับ ส่วนผลต่างที่เท่ากับ 0 ให้ตัดทิ้ง เมื่อเรียงอันดับผลต่างแล้ว ให้หาผลรวมของอันดับโดยแบ่งเป็นผลรวมของอันดับประเภทเครื่องหมายบวก กับเครื่องหมายลบแยกกัน การทดสอบนี้อาจเรียกว่า การทดสอบอันดับที่มีเครื่องหมาย(Signed Rak Test)

ถ้าสมมติฐานที่วางไว้เป็นจริง ผลรวมของอันดับประเภทบวก ($\Sigma$R +) และประเภทลบ ($\Sigma$R -) จะมีจำนวนเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน แต่ถ้าผลรวมของอันดับทั้ง 2 ประเภทต่างกันมาก แสดงว่าสมมติฐานไม่เป็นจริง ในการทดสอบนัยสำคัญทางสถิติจะใช้ผลรวมของอันดับประเภทที่มีค่าน้อยกว่า (ไม่คิดเครื่องหมาย) เรียกว่าค่า T เปรียบเทียบกับค่าวิกฤตในตารางสถิติ T หากค่า T ที่ได้จากตัวอย่างมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต T จากตารางก็จะปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้งไว้ แต่ถ้าตัวอย่างขนาดใหญ่ (n > 20) จะใช้การแจกแจงแบบปกติประมาณการแจกแจงของค่า Wilcoxon T ได้ โดยมีค่าที่คาดไว้ ดังนี้

$$E(T) = \mu_T = [n(n+1)]/4$$

ค่าความคลาดเคลื่อน $$\sigma_T = \sqrt{[n(n+1)(2n+1)] / 24}$$

$$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T}$$

สมมติผลผลิตของแผนกประกอบชิ้นส่วนในแต่ละกะด้วยวิธีการผลิตใหม่ มีผลต่างและอันดับของผลต่างเป็นดังตาราง

| กะที่ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | $\Sigma$R |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ผลต่าง d=(X-80) | -5 | 5 | 12 | 0 | 14 | 10 | 11 | -4 | 8 | 2 | 16 | 3 | |
| อันดับของผลต่าง \|d\| | 4.5 | 4.5 | 9 | | 10 | 7 | 8 | 3 | 6 | 1 | 11 | 2 | |
| อันดับที่มีเครื่องหมาย + | | 4.5 | 9 | | 10 | 7 | 8 | | 6 | 1 | 11 | 2 | 58.5 |
| อันดับที่มีเครื่องหมาย - | 4.5 | | | | | | | 3 | | | | | 7.5 |

ผลรวมอันดับที่เป็นบวก($\Sigma$R +) = 58.5 . ผลรวมอันดับที่เป็นลบ($\Sigma$R -) = 7.5 $\therefore$ T = 7.5

$H_0: \mu = \mu_0$ ($\Sigma R+ = \Sigma R-$)

$H_1: \mu > \mu_0$ ($\Sigma R+ > \Sigma R-$)

ผลการทดสอบ จะปฏิเสธ $H_0$ ผลผลิตตามระบบใหม่เพิ่มขึ้น ณ ระดับนัยสำคัญ .05 เนื่องจาก T ที่คำนวณได้ซึ่งเท่ากับ 7.5 น้อยกว่า $T_{(.05,11)}$ ซึ่งเท่ากับ 13 เมื่อกำหนด $\alpha$ = .05 แต่ถ้า n > 20 ก็จะใช้การแจกแจงแบบปกติประมาณการแจกแจงของค่า Wilcoxon T ตามสูตรข้างต้น โดยจะปฏิเสธสมมติฐานเมื่อ Z ที่คำนวณได้ น้อยกว่า $-Z_{(\alpha)}$ กรณีทดสอบสมมติฐานทางเดียว หรือน้อยกว่า $-Z_{(\alpha/2)}$ กรณีทดสอบสมมติฐานสองทาง

***2. การทดสอบวิลคอกซัน กรณีตัวอย่างพึ่งพิง 2 กลุ่ม (The Wilcoxon Test For Two Dependent Sample )***

การทดสอบวิธีนี้เป็นการทดสอบค่ามัธฌิมของตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ว่ามาจากประชากรที่มีค่าเท่ากันหรือไม่ เช่นเดียวกับการทดสอบเครื่องหมายของตัวอย่างพึ่งพิง 2 กลุ่ม แต่จะคำนึงถึงขนาดของความแตกต่างระหว่างตัวอย่างแต่ละค่ากับค่ากลางตามสมมติฐานด้วย โดยหาผลต่างของตัวอย่างแต่ละคู่ ถ้าตัวอย่างกลุ่มที่ 1 สูงกว่าก็ให้เครื่องหมายบวก ถ้าต่ำกว่าก็ให้เครื่องหมายลบ ถ้าเท่ากันให้ศูนย์คือตัดทิ้งไม่นำมาพิจารณา และนำผลต่างมาจัดอันดับโดยไม่คิดเครื่องหมายแล้วก็ทำเช่นเดียวกับการทดสอบ**วิลคอกซันกรณีตัวอย่างกลุ่มเดียว**

**สมมติผลการชิมชา 2 ยี่ห้อของนักชิม 14 คนเพื่อเปรียบเทียบรสชาติ มีผลต่างและอันดับของผลต่างเป็นดังตาราง**

| คนที่ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | ΣR |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ผลต่าง d=(X1-X2) | 4 | -2 | 10 | 7 | 0 | 8 | -4 | 5 | -3 | 10 | 0 | 7 | 9 | -2 | |
| อันดับของผลต่าง \|d\| | 4.5 | 1.5 | 11.5 | 7.5 | | 9 | 4.5 | 6 | 3 | 11.5 | | 7.5 | 10 | 1.5 | |
| อันดับที่มีเครื่องหมาย + | 4.5 | | 11.5 | 7.5 | | 9 | | 6 | | 11.5 | | 7.5 | 10 | | 67.5 |
| อันดับที่มีเครื่องหมาย - | | 1.5 | | | | | 4.5 | | 3 | | | | | 1.5 | 10.5 |

ผลรวมอันดับที่เป็นบวก($\Sigma R+$) = 67.5, ผลรวมอันดับที่เป็นลบ($\Sigma R-$) = 10.5 $\therefore T = 10.5$

$H_0$ : นักชิมชอบชา 2 ยี่ห้อ เท่ากัน

$H_1$ : นักชิมชอบชา 2 ยี่ห้อ แตกต่างกัน

ผลการทดสอบ จะปฏิเสธ $H_0$ คือนักชิมชอบชา 2 ยี่ห้อ แตกต่างกันณ ระดับนัยสำคัญ .05 เนื่องจาก T ที่คำนวณได้ซึ่งเท่ากับ 10.5 น้อยกว่า $T_{(.05/2,11)}$ ที่เปิดจากตารางซึ่งเท่ากับ 13 เมื่อกำหนด $\alpha$ = .05

**การทดสอบแมนวิทนี (The Mann-Whitney Test)**

การทดสอบวิธีนี้เป็นการทดสอบค่ามัชฌิมของตัวอย่าง 2 กลุ่มที่สุ่มมาอย่างอิสระ ว่ามาจากประชากรที่มีค่าเท่ากันหรือไม่ โดยขั้นตอนการทดสอบจะเรียงอันดับข้อมูลจากตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มปนกัน ค่าที่เท่ากันให้เฉลี่ยค่าอันดับ เสร็จแล้วก็หาผลรวมของอันดับของกลุ่มที่ 1 ($R_1$) และกลุ่มที่ 2 ($R_2$) ถ้าหากสมมติฐานที่วางไว้ว่าประชากร 2 กลุ่มมีค่าเท่ากันจริง ค่าเฉลี่ยของผลรวมอันดับกลุ่ม 1 ($R_1$) ที่หารด้วยขนาดตัวอย่างกลุ่ม 1 ($n_1$) ควรจะมีค่าใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยของผลรวมอันดับกลุ่ม 2 ($R_2$) ที่หารด้วยขนาดตัวอย่างกลุ่ม 2 ($n_2$) และในการทดสอบนัยสำคัญทางสถิติจะแปลงค่า $R_1$ เป็น $U_1$ หรือ $R_2$ เป็น $U_2$ ดังนี้

$$U_1 = n_1n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$$

$$U_2 = n_1n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2$$

และค่าเฉลี่ย $E(U) = \mu_u = (n_1 n_2)/2$

ค่าความคลาดเคลื่อน $\sigma_T = \sqrt{[n_1n_2(n_1+n_2+1)]/12}$

แต่ถ้าตัวอย่างขนาดใหญ่พอประมาณ ($n_1 \geq 10$, $n_2 \geq 10$) จะใช้การแจกแจงแบบปกติประมาณการแจกแจงของ U ได้ โดยมีค่าที่คาดไว้ ดังนี้

$$Z = \frac{U - \mu_u}{\sigma_u}$$

สำหรับเกณฑ์การตัดสินใจจะปฏิเสธสมมติฐานเมื่อ Z ที่คำนวณได้ น้อยกว่า(มากกว่า) $-Z_{(\alpha)}$ ($Z_{(\alpha)}$) กรณีทดสอบสมมติฐานทางเดียว หรือน้อยกว่า(มากกว่า) $-Z_{(\alpha/2)}$ ($Z_{(\alpha/2)}$) กรณีทดสอบสมมติฐานสองทาง

**สมมติผลคะแนนสอบจากการใช้วิธีการฝึกอบรม 2 วิธีที่ต่างกัน มีคะแนนและอันดับเป็นดังตาราง**

| คนที่ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | ΣR |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| คะแนนกลุ่ม 1 | 70 | 90 | 82 | 64 | 86 | 77 | 84 | 79 | 82 | 89 | 73 | 81 | 83 | 66 | |
| อันดับของกลุ่ม 1 | 4 | 23.5 | 13 | 1 | 18.5 | 7 | 16 | 9 | 13 | 22 | 5 | 11 | 15 | 3 | 161 |
| คะแนนกลุ่ม 2 | 86 | 78 | 90 | 82 | 65 | 87 | 80 | 88 | 95 | 85 | 76 | 94 | | | |
| อันดับของกลุ่ม 2 | 18.5 | 8 | 23.5 | 13 | 2 | 20 | 10 | 21 | 26 | 17 | 6 | 25 | | | 190 |

ผลรวมอันดับกลุ่ม 1($\Sigma R_1$) = 161, $n_1 = 14$ , ผลรวมอันดับกลุ่ม 2($\Sigma R_2$) = 190, $n_2 = 12$

$H_0$ : วิธีการฝึกอบรม 2 วิธี ให้ผลไม่แตกต่างกัน

$H_1$ : วิธีการฝึกอบรม 2 วิธี ให้ผลแตกต่างกัน (วิธี 1 ให้ผลต่างจากวิธี 2)

ผลการทดสอบ จะยอมรับ $H_0$ คือวิธีการฝึกอบรม 2 วิธี ให้ผลไม่แตกต่างกัน ณ ระดับนัยสำคัญ .05 เนื่องจาก $U_1 = 112$ , $\mu_u = 84$ และ $\sigma_u = 19.4$ ดังนั้น Z ที่คำนวณได้ซึ่งเท่ากับ 1.44 น้อยกว่า $Z_{(.05/2)}$ ที่เปิดจากตารางซึ่งเท่ากับ $\pm$ 1.96 เมื่อกำหนด $\alpha = .05$

## การทดสอบครัสคาล-วอลลิส (The Kruskal-Wallis Test)

การทดสอบวิธีนี้เป็นการทดสอบค่ากลางหรือค่ามัธยฐาน (Median) ของตัวอย่างมากกว่า 2 กลุ่ม ที่สุ่มมาอย่างอิสระ ว่ามาจากประชากรที่มีค่าเท่ากันหรือไม่ แทนการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากรโดยใช้การวิเคราะห์ค่าความแปรปรวนทางเดียว (One-Way Analysis of Variance - ANOVA) ซึ่งประชากรต้องมีการแจกแจงปกติมีค่าความแปรปรวนเท่ากัน การทดสอบครัสคาล-วอลลิส มีวิธีการทดสอบคล้ายคลึงกับวิธีการทดสอบของแมนวิทนีต่างกันที่จำนวนกลุ่มของตัวอย่าง โดยมีสมมติฐานว่าตัวอย่างที่มาจาก k กลุ่มมาจากประชากรที่มีค่ามัธยฐานเท่ากัน โดยขั้นตอนการทดสอบจะเรียงอันดับข้อมูลจากน้อยไปมากของตัวอย่างทุกกลุ่มปนกัน ค่าที่เท่ากันให้เฉลี่ยค่าอันดับ เสร็จแล้วก็หาผลรวมของอันดับของกลุ่มที่ 1 ($R_1$) กลุ่มที่ 2 ($R_2$)........กลุ่มที่ k ($R_k$) และในการทดสอบนัยสำคัญจะใช้ค่าสถิติ ดังนี้

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \left[ \sum_{j=1}^{k} \frac{R_j^2}{n_j} \right] - 3(n+1)$$

$n$ = จำนวนตัวอย่างทุกกลุ่มรวมกัน $(n_1 + n_2 + .... + n_j)$

$n_j$ = จำนวนตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม

$R_j$ = ผลรวมของค่าอันดับแต่ละกลุ่ม $R_1, R_2, .... R_k$

และค่าเฉลี่ย $E(U) = \mu_u = (n_1 n_2)/2$

ค่าความคลาดเคลื่อน $\sigma_T = \sqrt{[n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)] / 12}$

แต่ถ้าตัวอย่างแต่ละกลุ่มขนาดใหญ่มากพอ ($n_j > 5$) จะใช้การแจกแจงแบบไคสแควร์ประมาณการแจกแจงของ H ได้ โดยมีระดับความเป็นอิสระเท่ากับ k-1 สำหรับเกณฑ์การตัดสินใจจะปฏิเสธสมมติฐานเมื่อค่า H ที่คำนวณได้มากกว่าค่าวิกฤตซึ่งเป็นค่าไคสแควร์ที่ระดับความเป็นอิสระเท่ากับ k-1 และ ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนด $\chi^2_{(\alpha, k-1)}$

สมมติผลคะแนนสอบจากการใช้วิธีการสอน 3 วิธีที่ต่างกัน มีคะแนนและอันดับเป็นดังตาราง

| นักศึกษาคนที่ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ΣR |
|---|---|---|---|---|---|---|
| คะแนนกลุ่ม 1 | 85 | 79 | 81 | 70 | 84 | |
| อันดับของกลุ่ม 1 | 12 | 6 | 7.5 | 2 | 11 | 38.5 |
| คะแนนกลุ่ม 2 | 90 | 76 | 88 | 82 | 89 | |
| อันดับของกลุ่ม 2 | 15 | 5 | 13 | 9.5 | 14 | 56.5 |
| คะแนนกลุ่ม 3 | 82 | 68 | 73 | 71 | 81 | |
| อันดับของกลุ่ม 3 | 9.5 | 1 | 4 | 3 | 7.5 | 25.0 |

ผลรวมอันดับกลุ่ม 1($\Sigma R_1$) = 38.5, $n_1$=5 ,ผลรวมอันดับกลุ่ม 2($\Sigma R_2$) = 56.5, $n_2$=5,ผลรวมอันดับกลุ่ม 3($\Sigma R_3$) = 25, $n_3$=5

$H_0$ : วิธีการสอนทั้ง 3 วิธี ให้ผลไม่แตกต่างกัน

$H_1$ : มีวิธีการสอนอย่างน้อย 1 วิธี ที่ให้ผลแตกต่างจากวิธีอื่น

ผลการทดสอบ จะยอมรับ $H_0$ คือวิธีการสอนทั้ง 3 วิธี ให้ผลไม่แตกต่างกัน ณ ระดับนัยสำคัญ .05 เนื่องจาก H ที่คำนวณได้ซึ่งเท่ากับ 4.995 น้อยกว่า $\chi^2_{(.05,3-1)}$ ที่เปิดจากตารางซึ่งเท่ากับ 5.991 เมื่อกำหนด $\alpha$ = .05

## การทดสอบของฟรีดแมน (The Friedman Test)

การทดสอบวิธีนี้เป็นการทดสอบค่ามัชฌิมของตัวอย่างพึ่งพิงมากกว่า 2 กลุ่มว่ามาจากประชากรที่มีค่าเท่ากันหรือไม่ ตัวอย่างพึ่งพิงมากกว่า 2 กลุ่ม (k กลุ่ม) ในที่นี้ อาจเป็นตัวอย่างเดียวกันที่ผ่านการทดลอง k อย่าง โดยต้องการทราบผลการทดลอง k อย่างนี้ หรืออาจจัดตัวอย่างเป็นบล็อกๆ ภายในบล็อกประกอบด้วยตัวอย่าง k ตัว ที่มีคุณสมบัติเหมือนกันเพื่อเป็นการควบคุมปัจจัยอื่นที่มีผลกระทบออกไป หลังจากนั้น จะให้แต่ละตัวภายในบล็อกผ่านการทดลองแต่ละอย่างใน k อย่างนี้ โดยวิธีสุ่ม ในการเปรียบเทียบวัดผลการทดลอง จะเปรียบเทียบภายในบล็อกเดียวกัน โดยการให้อันดับภายในบล็อกเดียวกันจากน้อยไปมาก ตั้งแต่ $R_1$ , $R_2$ ,.... $R_k$ จนครบทั้ง k อย่าง และในการทดสอบนัยสำคัญจะใช้ค่าสถิติ ดังนี้

$$\chi^2_r = \frac{12}{nk(k+1)} \left[ \sum_{j=1}^{k} R_j^2 \right] - 3n(k-1)$$

n = จำนวนบล็อก (แถวนอน)

k = จำนวนการทดลองหรือเรื่องที่ทดสอบ (แถวตั้ง)

$R_j$ = ผลรวมของค่าอันดับแต่ละกลุ่ม $R_1$ , $R_2$ ,.... $R_k$ (แถวตั้งที่ j)

j = 1,2,3,....,k

ถ้าค่า $\chi^2_r$ มีค่ามาก แสดงว่า $R_j$ แตกต่างกันมาก ซึ่งทำให้คาดว่าสมมติฐานที่ว่าค่าของแต่ละกลุ่มเท่ากันไม่เป็นจริง ดังนั้นในการทดสอบจะเปรียบเทียบค่า $\chi^2_r$ กับค่าวิกฤต $\chi^2_\alpha$ โดยจะปฏิเสธ $H_0$ ถ้า $\chi^2$ มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตไคสแควร์ ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดโดยมีองศาอิสระเท่ากับ k-1 ($\chi^2_{(\alpha,k-1)}$)

สมมติผลกระทบของดนตรีต่อปริมาณการผลิต มีปริมาณผลผลิตและอันดับเป็นดังตาราง

| คนที่ | ดนตรีช้า | | ดนตรีเร็ว | | ไม่มีดนตรี | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | ปริมาณการผลิต | อันดับ | ปริมาณการผลิต | อันดับ | ปริมาณการผลิต | อันดับ |
| 1 | 750 | 2 | 725 | 1 | 760 | 3 |
| 2 | 1000 | 3 | 850 | 1 | 900 | 2 |
| 3 | 800 | 1 | 825 | 2 | 830 | 3 |
| 4 | 950 | 3 | 875 | 1 | 925 | 2 |
| 5 | 925 | 3 | 900 | 2 | 890 | 1 |
| ΣR | | 12 | | 7 | | 11 |

ผลรวมอันดับกลุ่ม 1($\Sigma R_1$) = 12,ผลรวมอันดับกลุ่ม 2($\Sigma R_2$) = 7,ผลรวมอันดับกลุ่ม 3($\Sigma R_3$) = 11, n=5 , k=3

$H_0$ : ดนตรีไม่มีผลต่อปริมาณการผลิต (ปริมาณการผลิตภายใต้ 3 สถานการณ์มีเท่ากัน)

$H_1$ : ดนตรีมีผลต่อปริมาณการผลิต (ปริมาณการผลิตภายใต้ 3 สถานการณ์ไม่เท่ากัน)

ผลการทดสอบ จะยอมรับ $H_0$ คือดนตรีไม่มีผลต่อปริมาณการผลิต ณ ระดับนัยสำคัญ .05 เนื่องจาก$\chi^2_r$ ที่คำนวณได้ซึ่งเท่ากับ 2.8 น้อยกว่า$\chi^2_{(.05,3-1)}$ที่เปิดจากตารางซึ่งเท่ากับ 5.991 เมื่อกำหนด $\alpha$ = .05

## สหสัมพันธ์อันดับของสเปียร์แมน (The Spearman's Rank Correlation Coeffient)

การทดสอบวิธีนี้เป็นการทดสอบสหสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัวที่สุ่มมาเป็นคู่ๆ ว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ โดยวัดสหสัมพันธ์จากค่าของอันดับของตัวแปร ไม่ใช้จากค่าของตัวแปรโดยตรง ในการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อันดับ ขั้นแรกจะเรียงอันดับตัวแปรจากน้อยไปมาก(หรือจากมากไปน้อย) หากตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ ค่าอันดับของตัวแปรทั้งสองตัวจะตรงกัน คือ ตัวอย่างที่ได้อันดับ 1 ในตัวแปรหนึ่ง ก็จะได้อันดับ 1 ในอีกตัวแปรหนึ่งด้วย ซึ่งจะทำให้ผลต่างของค่าอันดับเท่ากับ 0 สูตรในการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อันดับ จึงหาจากผลต่างของค่าอันดับ ดังนี้

$$R = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

d = (อันดับของ X) - (อันดับของ Y) ของตัวอย่างแต่ละคู่

n = จำนวนตัวอย่างเป็นคู่ๆ

หากตัวแปร 2 ตัวมีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ในทิศทางเดียวกัน ค่าของ $\sum d^2$ จะเท่ากับศูนย์ ดังนั้นค่าของ R จะเท่ากับ 1 แต่หากตัวแปร 2 ตัวมีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ในทิศทางตรงกันข้าม ค่าของ R จะเท่ากับ -1 หากตัวแปร 2 ตัวมีความสัมพันธ์กันบ้าง ค่าของ R จะอยู่ระหว่าง 0 ถึง +1 ในการทดสอบนัยสำคัญของค่า R จะเปรียบเทียบค่า R กับค่าในตารางค่าวิกฤตของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของสเปียร์แมน ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดโดยมีเกณฑ์ คือ จะปฏิเสธ $H_0$ ถ้า R มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจากตาราง ($R_{(\alpha,n)}$) หรือใช้การแจกแจงแบบ t โดยแปลงค่า R เป็น t ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดโดยมีองศาอิสระเท่ากับ n - 2 ดังนี้

$$t = \frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}}$$ โดยเปรียบเทียบกับค่าวิกฤต $t_{(\alpha,n-2)}$

**สมมติข้อมูลน้ำหนักและส่วนสูงและอันดับเป็นดังตาราง**

| คนที่ | น้ำหนัก | | ส่วนสูง | | d | $d^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | กิโลกรัม | อันดับ | เซนติเมตร | อันดับ | | |
| 1 | 38 | 1 | 147 | 2 | -1 | 1 |
| 2 | 42 | 4 | 153 | 6 | -2 | 4 |
| 3 | 51 | 10.5 | 157 | 9.5 | 1 | 1 |
| 4 | 51 | 10.5 | 157 | 9.5 | 1 | 1 |
| 5 | 42 | 4 | 150 | 4 | 0 | 0 |
| 6 | 56 | 14 | 169 | 14 | 0 | 0 |
| 7 | 45 | 6 | 165 | 11.5 | 5.5 | 30.25 |
| 8 | 50 | 9 | 152 | 5 | 4 | 16 |
| 9 | 52 | 12 | 155 | 7 | 5 | 25 |
| 10 | 48 | 7 | 146 | 1 | 6 | 36 |
| 11 | 39 | 2 | 148 | 3 | 1 | 1 |
| 12 | 54 | 13 | 167 | 13 | 0 | 0 |
| 13 | 49 | 8 | 165 | 11.5 | 3.5 | 12.25 |
| 14 | 42 | 4 | 156 | 8 | 4 | 16 |
| รวม | | | | | | 143.5 |

$H_0$ : น้ำหนักและส่วนสูงไม่มีความสัมพันธ์กัน (R = 0)

$H_1$ : น้ำหนักและส่วนสูงมีความสัมพันธ์กันในทางบวก (R > 0)

ผลการทดสอบ จะปฏิเสธ $H_0$ คือผู้ที่สูงมากๆจะมีน้ำหนักมากด้วย ณ ระดับนัยสำคัญ .05 เนื่องจาก R ที่คำนวณได้ซึ่งเท่ากับ .6846 มากกว่า $R_{(.05,14)}$ที่เปิดจากตารางซึ่งเท่ากับ .457 เมื่อกำหนด $\alpha$ = .05 ถ้าใช้การแจกแจงแบบ t ก็จะได้ผลสรุปเช่นเดียวกัน คือปฏิเสธ $H_0$ เนื่องจาก t ที่คำนวณได้ซึ่งเท่ากับ 3.2535 มากกว่า $t_{(.05,14-2)}$ที่เปิดจากตารางซึ่งเท่ากับ 1.761 เมื่อกำหนด $\alpha = .05$