

บทที่ 3

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา

3.1 เครื่องมือที่ใช้ตรวจวัดอาคารด้วยวิธี Ambient Vibration

การตรวจวัดอาคารด้วยวิธี Ambient Vibration จำเป็นจะต้องใช้เครื่องมือที่มีความไวต่อการสั่นไหวในระดับต่ำของอาคารที่เกิดจากการกระตุ้นจากสิ่งแวดล้อมรอบๆอาคารซึ่งผู้คนที่อาศัยอยู่ในอาคารไม่สามารถรู้สึกได้ โดยเครื่องมือที่ใช้ตรวจวัดอาคารในการศึกษานี้มีอยู่ 2 ประเภท ได้แก่

1. เครื่องมือวัดอัตราเร่งของการสั่นสะเทือน (Accelerometer)

เป็นอุปกรณ์ที่มีความไวสูงและใช้ตรวจวัด Ambient Vibration โดยสามารถวัดระดับการสั่นสะเทือนในระดับต่ำได้ ค่าการวัดสูงสุดอยู่ที่ระดับ micro-g ในระหว่างที่ทำการตรวจวัดการสั่นสะเทือนของอาคารสัญญาณที่วัดได้จะถูกแปลงจากสัญญาณอนาล็อกไปเป็นสัญญาณดิจิทัลซึ่งทำให้ง่ายในการแปลงสัญญาณให้เป็น Fourier Amplitude Spectrum เพื่อหาคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ต่อไป จำนวนข้อมูลที่ทำการบินทีกแต่ละครั้งสามารถเลือกได้ในช่วง 25 ถึง 250 ตัวอย่างต่อวินาที (Sampling Rate) และมีระยะเวลาในการบันทึกข้อมูลสูงสุด 257 วินาที ซึ่งสามารถเลือกได้ตามความเหมาะสมต่อการนำไปวิเคราะห์ข้อมูลภายหลัง อุปกรณ์ที่ใช้ตรวจวัดนี้ประกอบด้วย หัววัดการสั่นสะเทือนจำนวน 3 ชุด ที่มีความไวสูงต่อการสั่นไหวของอาคารในระดับต่ำๆได้ดี เครื่องบันทึกสัญญาณในช่วงความถี่ตั้งแต่ 0 ถึง 50 Hz ซึ่งทำการบันทึกข้อมูลในรูปแบบสัญญาณดิจิทัลโดยเป็นเครื่องบันทึกแบบพกพาได้ สายเชื่อมต่อระหว่างเครื่องบันทึกกับหัววัดยาว 50 เมตร จำนวน 3 ชุด และ Notebook Computer จำนวน 1 เครื่อง เพื่อทำหน้าที่ควบคุมการทำงานของอุปกรณ์ทั้งหมด โดยปกติก่อนทำการตรวจวัดอาคารจริงแต่ละครั้งจำเป็นต้องมีการปรับแก้ (Calibration) เครื่องมือก่อนเสมอ เพื่อให้แน่ใจว่าข้อมูลที่ได้จากการตรวจวัดมีความเหมาะสมและให้ค่าระดับการสั่นสะเทือนจริงของอาคาร โดยปัญหาหลักที่พบเกิดขึ้นจากหัววัดและสายเชื่อมต่อระหว่างหัววัดกับเครื่องบันทึกสัญญาณ วิธีการตรวจสอบทำได้ดังนี้ สำหรับการตรวจสอบสายเชื่อมต่อมีการพิจารณาสัญญาณรบกวนเนื่องมาจากความยาวของสายวัดซึ่งยาวถึง 50 เมตร ถ้าตรวจสอบแล้วพบว่าสัญญาณรบกวนอยู่ที่ระดับ nano-g แสดงว่าการตรวจวัดได้ให้รูปสัญญาณที่ถูกต้องเพราะระดับที่วัดการสั่นไหวของอาคารจริงโดยปกติมีค่าอยู่ที่ระดับ micro-g สำหรับการตรวจสอบหัววัดการสั่นสะเทือนสามารถพิจารณาได้จากรูปแบบสัญญาณ Square Wave ที่แสดงผลบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ โดยตรวจสอบว่าค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของรูปสัญญาณ Square Wave ให้ค่าตรงกับค่า

Step Pulse ที่กำหนดคอนเริ่มต้นในเครื่อง Accelerometer หรือไม ถ้ารูปแบบสัญญาณ Square Wave ให้ค่าตรงกับค่า Step Pulse แสดงว่าการตรวจวัดได้ให้รูปสัญญาณที่ถูกต้อง หลังจากนั้นจึงใช้เครื่องมือนี้ตรวจวัดการสั่นไหวจริงของอาคารต่อไป สิ่งที่ต้องสังเกตในการใช้เครื่องมือนี้คือ ช่วงความถี่ในการบันทึกสัญญาณมีช่วงกว้างตั้งแต่ 0 ถึง 50 Hz ทำให้สามารถหารูปแบบการสั่นไหว (Mode) ของอาคารที่รูปแบบต่างๆ ได้ โดยการวิเคราะห์ค่าคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ที่ให้ค่าที่ชัดเจน ต้องเป็นอาคารที่ไวต่อการสั่นไหว ได้แก่ อาคารสูง อาคารที่มีความขรุขระหรืออาคารที่มีน้ำหนักเบา ส่วนอาคารเตี้ยส่วนมากระดับการสั่นไหวจะต่ำมากทำให้รูปสัญญาณไม่มีความชัดเจน วิธีการแก้ไขทำได้โดยนำกลุ่มคนมากระตุ้นอาคารในจังหวะการสั่นไหวตรงกับค่าการสั่นไหวโดยธรรมชาติของอาคาร เพื่อเพิ่มระดับการสั่นไหว แต่สามารถทำได้เฉพาะรูปแบบการสั่นพื้นฐานเท่านั้นเพราะที่รูปแบบการสั่นไหวที่สูงขึ้นจังหวะของการกระตุ้นมีค่ามากกว่าความถี่ที่คนจะสามารถกระตุ้นได้

2. เครื่องมือวัดความเร็วของการสั่นสะเทือน (Velocity Transducer)

เครื่องมือชนิดนี้มีความไวต่อการสั่นไหวสูงกว่าเครื่องมือวัดอัตราเร่งของการสั่นสะเทือน แต่ช่วงความถี่ในการวัดมีช่วงแคบกว่า คือมีความถี่ในช่วงตั้งแต่ 0.1 ถึง 20 Hz ดังนั้นเครื่องมือวัดความเร็วจึงเหมาะทั้งอาคารเตี้ยที่มีความไวต่อการสั่นไหวน้อยๆ และอาคารสูงที่มีระดับผลตอบสนองที่สูงขึ้น หลักการทำงานของเครื่องมือนี้มีลักษณะคล้ายกับเครื่องมือวัดอัตราเร่ง แต่การตรวจวัดจริงสามารถกำหนดค่า Sampling Rate ได้สูงกว่าเครื่องมือวัดอัตราเร่งการสั่นสะเทือน เนื่องจากเครื่องมือวัดความเร็วใช้ไฟฟ้ากระแสตรงจากแบตเตอรี่จึงไม่มีสัญญาณรบกวนจากกระแสไฟฟ้า โดยค่าการวัดต่ำสุดอยู่ที่ระดับ micro-m/s ส่วนประกอบของเครื่องมือวัดความเร็วมีดังนี้ หัววัดการสั่นสะเทือนจำนวน 2 ชุด ซึ่งสามารถวัดการสั่นสะเทือนได้ 3 ทิศทาง (x,y,z) ต่อ 1 หัววัด สายเชื่อมต่อหัววัดกับเครื่องบันทึกยาว 100 เมตร เครื่องบันทึกสัญญาณระบบดิจิทัลแบบพกพาพร้อมแบตเตอรี่จำนวน 1 ชุด และ Notebook Computer พร้อมแบตเตอรี่จำนวน 1 ชุด

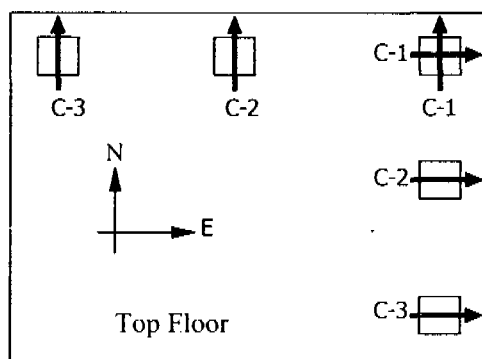
3.2 การตรวจวัดคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของอาคาร

จากความสำคัญของปัญหาที่จำเป็นต้องมีการศึกษาผลกระทบจากการเกิดแผ่นดินไหวและวิเคราะห์ค่าคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของอาคารเพื่อเป็นฐานข้อมูลในการออกแบบอาคารต้านทานแผ่นดินไหว ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จึงได้ทำการวิเคราะห์ค่าคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ที่สำคัญ 3 ค่า คือ (1) ค่าความถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency) หรือส่วนกลับของค่าความถี่ธรรมชาติ คือค่าคาบธรรมชาติ (Natural Period) (2) อัตราส่วนความหน่วง (Damping Ratio) และ(3) รูปร่างการสั่นไหว

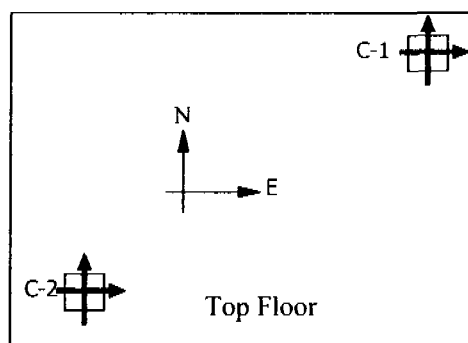
(Vibration Mode Shape) จากการตรวจวัดสัญญาณการสั่นไหวของอาคาร สามารถวิเคราะห์ค่าคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของอาคารได้ดังนี้

1. ตรวจวัดค่าความถี่ธรรมชาติและอัตราส่วนความหน่วง

เครื่องมือที่ใช้ตรวจวัดการสั่นไหวทั้งหมดได้ถูกติดตั้งที่ชั้นคาตฟ้าของอาคาร เนื่องจากรูปแบบการสั่นไหวพื้นฐาน การเคลื่อนที่ของอาคารที่ชั้นบนสุดเนื่องจากแรงกระทำภายนอกมีค่ามากที่สุด ทำให้การวัดสัญญาณผลตอบสนองมีความชัดเจนมากกว่าชั้นที่ต่ำลงมาและโดยส่วนมากชั้นคาตฟ้าของอาคารจะเป็นพื้นที่โล่งทำให้สะดวกต่อการตรวจวัด ด้วยผลตอบสนองที่ชั้นคาตฟ้าของอาคารมีระดับที่สูงส่งผลให้เมื่อนำไปวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติทำให้ได้รูปแบบ Fourier Magnitude Spectrum ที่ค่าความถี่ธรรมชาติมีความชัดเจน ซึ่งสังเกตได้จากค่าสูงสุดของ Fourier Amplitude เป็นยอดแหลม โดยสามารถอธิบายได้ด้วยสมมติฐานที่ว่า แรงกระตุ้นจากสภาพแวดล้อมมีลักษณะที่เป็นส่วนผสมของแรงหลายชนิดจากแหล่งต่างๆ ซึ่งอาจพิจารณาว่ามีองค์ประกอบของความถี่ผสมอยู่มากมายเป็นช่วงความถี่กว้าง (Wide Band) เมื่อแรงลักษณะนี้กระทำต่อโครงสร้างซึ่งมีคุณสมบัติพื้นฐานที่มีความถี่ธรรมชาติและอัตราส่วนความหน่วงประจำรูปแบบการสั่นไหวใดๆ จึงพิจารณาได้ว่าโครงสร้างถูกแรงกระทำที่มีส่วนผสมของความถี่หลายๆค่า ดังนั้นผลการตอบสนองจึงเป็นการผสมกันของผลตอบสนองในแต่ละองค์ประกอบความถี่ และมีค่ามากสำหรับองค์ประกอบที่มีความถี่ใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติ หรือการสั่นพ้อง (Resonance) สำหรับอาคาร โดยทั่วไป มีค่าอัตราส่วนความหน่วงที่ต่ำและการตอบสนองในแต่ละทิศทางมีค่าความถี่ธรรมชาติแต่ละด้านแตกต่างกันชัดเจน ดังนั้นค่าความถี่ธรรมชาติจึงสามารถประเมินได้จากยอดแหลมของค่า Fourier Amplitude นอกจากนี้ยังสามารถหารูปร่างการสั่นไหวที่ชั้นบนสุดของอาคารทั้งการสั่นไหวในแนวด้านข้าง (Translation) และการสั่นไหวแบบบิดตัว (Torsional) โดยพิจารณาจากความต่างเฟสของ Fourier Magnitude ที่วัดได้จากเครื่องมือตรวจวัดการสั่นสะเทือนทั้งหมดในทิศทางการวัดเดียวกัน ถ้าความต่างเฟสเท่ากับ 0 องศา แสดงว่าทั้งสองตำแหน่งของการติดตั้งเครื่องมือตรวจวัดมีการสั่นไหวไปในทิศทางเดียวกันเป็นรูปแบบ Translation และถ้าความต่างเฟสเท่ากับ 180 องศา แสดงว่าเป็นรูปแบบ Torsion ดังแสดงในภาพที่ 3.3 อาคารส่วนมากมีรูปร่างไม่สมมาตรและการจัดวางองค์อาคารไม่มีความสมมาตรทำให้ Center of Mass และ Center of Rigidity ของแต่ละชั้นไม่ตรงกันส่งผลให้รูปแบบการสั่นไหวไม่สามารถแยกกันได้อย่างชัดเจน จากความไม่สมมาตรดังกล่าวเป็นผลให้ค่าความถี่ธรรมชาติและอัตราส่วนความหน่วงที่รูปแบบการสั่นไหวที่ต่างกันและทิศทางการวัดที่ต่างกันมีค่าไม่เท่ากัน ซึ่งการศึกษาครั้งนี้ได้ทำการตรวจวัดอาคารในทิศทางเหนือ-ใต้ (N-S) และทิศตะวันออก-ตก (E-W) เพื่อหารูปแบบ Translation ทั้ง 2 ทิศทางและรูปแบบ Torsion ซึ่งตำแหน่งและทิศทางการวัดของหัววัดการสั่นสะเทือนแสดงไว้ในภาพที่ 3.1 และภาพที่ 3.2

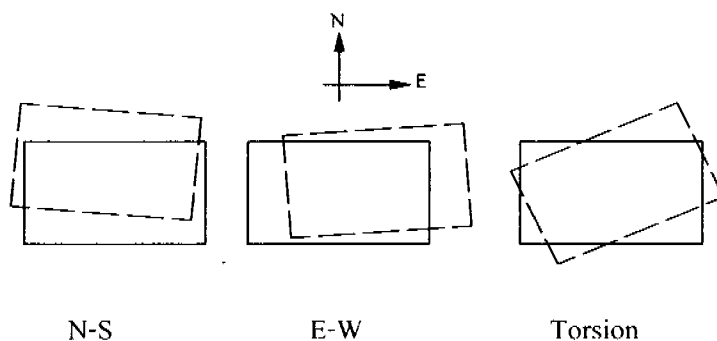


ภาพที่ 3.1 รูปแบบการวัดด้วยเครื่องมือวัดอัตราเร่งการสั่นสะเทือนของอาคาร



ภาพที่ 3.2 รูปแบบการวัดด้วยเครื่องมือวัดความเร็วการสั่นสะเทือนของอาคาร

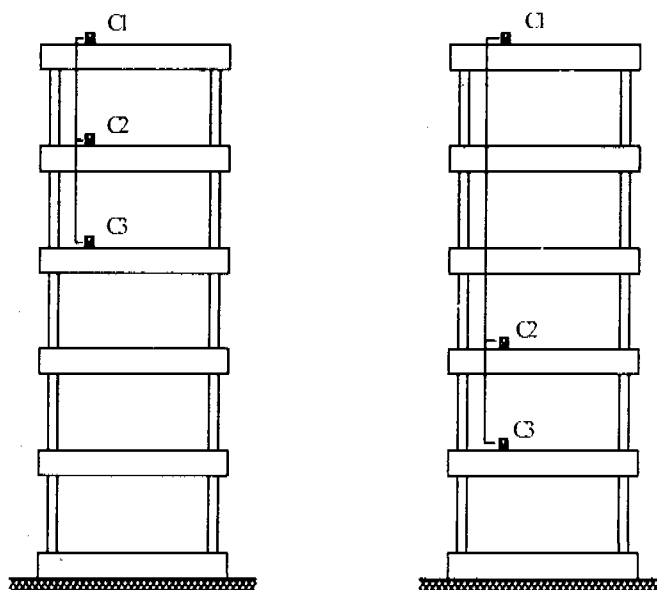
การพิจารณาการสั่นไหวที่ชั้นบนสุดของอาคารสามารถวิเคราะห์ได้ 3 รูปแบบ ได้แก่ การสั่นไหวในแนวด้านข้างในทิศทาง N-S , E-W และการสั่นไหวแบบบิด โดยที่แต่ละรูปแบบการสั่นไหวไม่สามารถแยกกันได้อย่างชัดเจนเนื่องจากความไม่สมมาตรของสติเฟเนสของโครงสร้าง ซึ่งรูปแบบการสั่นไหวโดยทั่วไปแสดงได้ดังภาพที่ 3.3



ภาพที่ 3.3 รูปร่างการสันไหวที่ชั้นบนสุด

2. การตรวจวัดรูปร่างการสันไหว

เนื่องจากเครื่องมือที่ทำการวัดอัตราเร่งและวัดความเร็วการสันไหวสามารถติดตั้งเพื่อตรวจวัดพร้อมกันได้หลายตำแหน่งทั้งระดับเดียวกันและระดับต่างกัน นอกจากนี้สายเชื่อมต่อระหว่างหัววัดและเครื่องบันทึกสัญญาณมีความยาวมาก ทำให้สามารถวัดอาคารสูงๆ ได้ง่ายขึ้น ตำแหน่งของหัววัดการสันไหวต้องติดตั้งหัววัดที่ชั้นบนสุด 1 เครื่อง เพื่อใช้เป็นจุดอ้างอิง สำหรับหัววัดตัวอื่นๆ จะถูกย้ายมาติดตั้งชั้นที่ต่ำกว่าลงมาเรื่อยๆ จนถึงชั้นล่างสุด ดังแสดงในภาพที่ 3.4 โดยที่แต่ละชั้นต้องทำการบันทึกสัญญาณ 2 ทิศทาง ทั้งทิศเหนือ-ใต้ และทิศตะวันออก-ตก เพื่อนำไปวิเคราะห์หารูปร่างการสันไหวของอาคารต่อไป



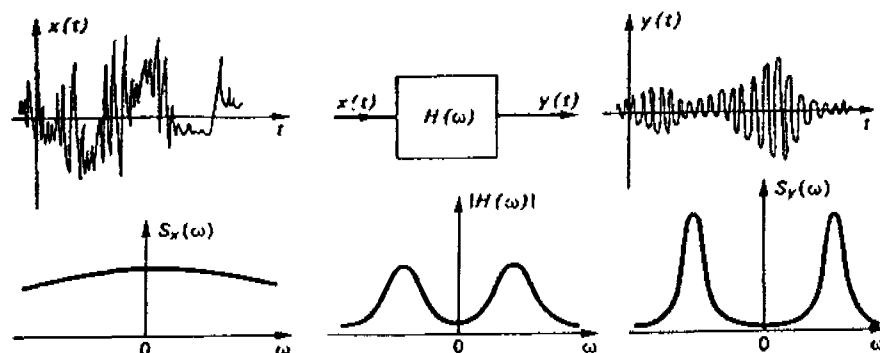
ภาพที่ 3.4 รูปแบบการวัดรูปร่างการสันไหว

3.3 การคำนวณค่าคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์

วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการใช้เครื่องมือตรวจวัดที่มีความไวสูงด้วยวิธี Ambient Vibration เพื่อหาคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์แต่ละค่ามีการใช้ทฤษฎีและวิธีการที่แตกต่างกัน โดยพิจารณาจากทฤษฎีที่ให้ค่าที่เหมาะสมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งการคำนวณบางกรณีอาจต้องใช้มากกว่า 1 วิธีเพื่อให้ได้คำตอบที่เหมาะสม

3.3.1 การหาค่าความถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency)

แรงกระตุ้นจากสิ่งแวดล้อมรอบๆอาคารเป็นแรงแบบสุ่ม (Random Excitation) และมีหลายความถี่เป็นองค์ประกอบ ดังนั้นผลตอบสนองของอาคารจึงเป็นแบบสุ่มด้วย (Random Response) เนื่องจากการวิเคราะห์ผลตอบสนองมีความยุ่งยากมากถ้าหากวิเคราะห์แรงกระตุ้นแบบสุ่มใน Time Domain ดังนั้นความสัมพันธ์ของแรงกระตุ้นและผลตอบสนองจึงถูกแปลงให้อยู่ใน Frequency Domain โดยที่แรงกระตุ้นที่มีหลายค่าความถี่ผสมกันเป็นลักษณะของความถี่ช่วงกว้าง (Wide Band) กระทำกับโครงสร้างซึ่งมีความถี่ธรรมชาติและอัตราส่วนความหน่วงประจำแต่ละรูปแบบการสั่นไหว ซึ่งเป็นคุณสมบัติพื้นฐานของอาคาร โดยอาคารทุกแบบมีความถี่ธรรมชาติหลักที่เรียกว่า Transfer Function $H(\omega)$ (Newland, 1993) ซึ่งมีความสัมพันธ์กับผลตอบสนองของอาคาร โดยพิจารณาได้จากภาพที่ 3.5 และสมการที่ 3.1



ภาพที่ 3.5 ความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบสนอง และ Transfer Function

$$S_y = |H(\omega)|^2 S_x(\omega) \quad (3.1)$$

โดยที่ $x(t)$ คือ แรงกระตุ้นจากสิ่งแวดล้อมเป็นแรงแบบสุ่ม

$y(t)$ คือ ผลตอบสนองในช่วงความถี่แคบ (Narrow Band Random Process) ใน Time-History

$S_x(\omega)$ คือ Spectral Density ของแรงกระตุ้นแบบสุ่มในช่วงความถี่กว้าง

$S_y(\omega)$ คือ Spectral Density ของผลตอบสนองแบบสุ่มในช่วงความถี่แคบ (Narrow Band)

จากภาพที่ 3.5 แรงกระตุ้น $x(t)$ กระทำกับโครงสร้างซึ่งมีคุณสมบัติพื้นฐานเป็น Transfer Function $H(\omega)$ ได้ผลตอบสนอง $y(t)$ เพื่อความสะดวกในการคำนวณ แรงกระตุ้นแบบสุ่ม $x(t)$ ต้องแปลงให้อยู่ใน Frequency Domain ได้แรงกระตุ้นแบบสุ่มเป็นช่วงความถี่กว้าง $S_x(\omega)$ ถ้า Transfer Function $H(\omega)$ ที่ตรงกับค่าความถี่ธรรมชาติของอาคาร (ω) มีค่าสูงสุด สังเกตจากยอดแหลมของค่า $|H(\omega)|$ จากสมการที่ 3.1 เมื่อนำ $S_x(\omega)$ ซึ่งเป็นความถี่ช่วงกว้างคูณกับกำลังสองของ Transfer Function $|H(\omega)|^2$ ทำให้ได้ผลตอบสนองของอาคารในรูปแบบ Spectral Density $S_y(\omega)$ ในช่วงความถี่แคบ (Narrow Band) ที่มีค่าสูงสุดเป็นยอดแหลมเหมือนกับค่า Transfer Function $|H(\omega)|$ ซึ่งเป็นความถี่ธรรมชาติของอาคาร ทำให้สามารถประมาณค่าความถี่ธรรมชาติของอาคารให้เท่ากับความถี่ที่ตรงกับค่าสูงสุดของ $S_y(\omega)$

การหาค่า Spectral Density (S_k) สำหรับ Random Response สามารถหาได้จาก Discrete Fourier Transform (DFT) (Newland, 1993) ตามสมการ 3.2

$$S_k = X_k^* X_k \quad (3.2)$$

โดยที่ X_k คือ Discrete Fourier Transform ของ Random Response Time-History

X_k^* คือ complex conjugate ของ X_k

ขนาดของ Fourier $|X_k|$ หาได้จาก Fast Fourier Transform ซึ่งสามารถนำไปประเมินค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างได้ เนื่องจากขนาดของ Fourier จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับ Transfer Function $|H(\omega)|$

3.3.2 การหาค่ารูปร่างการสั่นไหว (Vibration Mode Shape)

การวิเคราะห์รูปร่างการสั่นไหว เพื่อนำไปศึกษาพฤติกรรมการไหวตัวของอาคาร แบ่งการพิจารณาได้เป็น 2 รูปแบบ คือ การวิเคราะห์รูปร่างการสั่นไหวในแนวด้านข้างตลอดความสูงของ

อาคาร และรูปร่างการสั่นไหวที่ชั้นบนสุดของอาคาร สำหรับการวิเคราะห์รูปร่างการสั่นไหวใน แนวด้านข้างคำนวณได้จากค่าอัตราส่วนของขนาดฟูเรียร์ (Fourier Spectral Ratio) โดยตำแหน่งและ วิธีการตรวจวัดแสดงไว้ในภาพที่ 3.4 การพิจารณาค่าอัตราส่วนฟูเรียร์ได้มีสมมติฐานดังนี้ ค่าความถี่ ธรรมชาติในแต่ละรูปแบบการสั่นไหวมีค่าแยกจากกันอย่างชัดเจน และระบบของโครงสร้างมี อัตราส่วนความหน่วงน้อยๆ จากสมมติฐานดังกล่าวทำให้การวิเคราะห์ค่าผลตอบสนอง Spectral Density สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ 3.3

$$S_{xi} = \sum_{r=1}^n \phi_{ir}^2 S_{kr}(\omega) \quad (3.3)$$

โดยที่ S_{xi} คือ Spectral Density ของตำแหน่ง i

ϕ_{ir} คือ รูปร่างการสั่นไหวของรูปแบบการสั่นไหวที่ r ตำแหน่งที่ i

S_{kr} คือ Spectral Density ของรูปแบบการสั่นไหวที่ r

สำหรับรูปแบบการสั่นไหวที่มีค่าความถี่เดียวกัน พบว่าค่าอัตราส่วนของ Spectral Density ที่ตำแหน่งต่างกันมีความสัมพันธ์กับรูปร่างการสั่นไหวดังสมการที่ 3.4

$$\frac{S_{x1}}{S_{x2}} = \frac{\phi_{1r}^2}{\phi_{2r}^2} \quad (3.4)$$

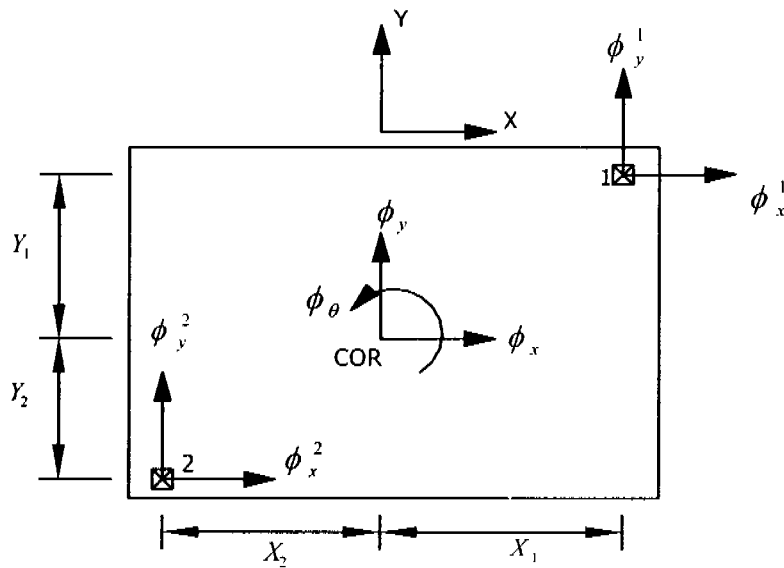
โดยที่ S_{x1} คือ Spectral Density ที่ตำแหน่ง 1

S_{x2} คือ Spectral Density ที่ตำแหน่ง 2

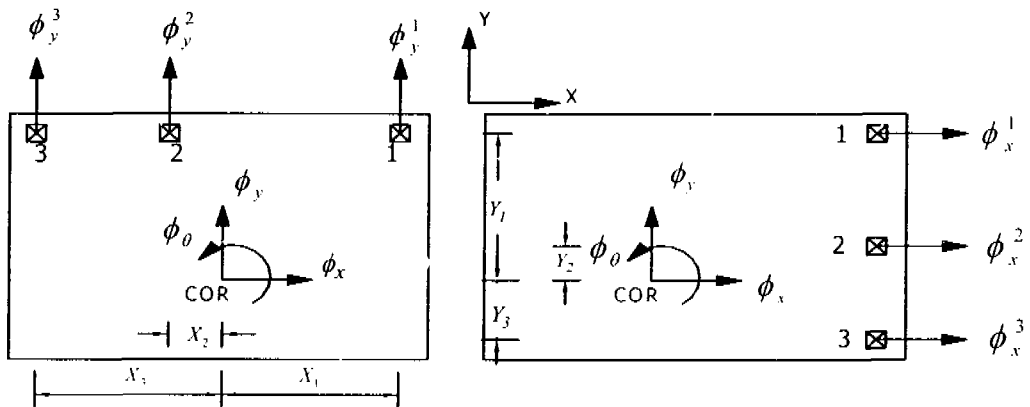
จากสมการที่ 3.4 ค่า Spectral Density มีความสัมพันธ์กับขนาดของฟูเรียร์ ดังนี้ $S_{x1} = |F_1|$ โดยที่ $|F_1|$ คือ ขนาดของฟูเรียร์ ดังนั้นการวิเคราะห์รูปร่างการสั่นไหวในแนวด้านข้างจึงได้ใช้วิธีค่า อัตราส่วนของขนาดฟูเรียร์ สำหรับการพิจารณาที่รูปแบบการสั่นไหวใดๆ (Mode) การเคลื่อนตัวของอาคารที่แสดงรูปร่างการสั่นไหวสามารถพิจารณาได้จากผลต่างเฟสของผลตอบสนอง โดยค่า ความต่างเฟสของสัญญาณผลตอบสนองคำนวณได้จากสมการที่ 3.5 ซึ่งการเคลื่อนตัวของอาคารที่ ชั้นอ้างอิง (ชั้นบนสุด) กับชั้นที่ต่ำลงมา มีค่าความต่างเฟสเท่ากับ 0 องศา แสดงว่าทั้งสองตำแหน่งมี การเคลื่อนตัวไปในทิศทางเดียวกัน สำหรับค่าความต่างเฟสเท่ากับ 180 องศา แสดงว่ามีการเคลื่อน ตัวไปในทิศทางตรงข้ามกัน

$$phase = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \quad (3.5)$$

โดยที่ a คือ ค่าจำนวนจริง (Real) ของการแปลง Fourier จากสัญญาณผลตอบสนอง
 b คือ ค่าจำนวนจินตภาพ (Imaginary) ของการแปลง Fourier จากสัญญาณผลตอบสนอง
 สำหรับการวิเคราะห์รูปร่างการสั่นไหวที่ชั้นบนสุดของอาคาร มีสมมติฐานในการพิจารณา
 ระบบของโครงสร้าง คือ สมมติให้แผ่นพื้นของอาคารไม่เกิดการแอ่นตัว (Rigid Floor Diaphragm)
 ในการตรวจวัดอาคารในการศึกษาครั้งนี้ ใช้เครื่องมือตรวจวัด 2 ประเภท โดยมีสมมติฐานสำหรับ
 สมการการเคลื่อนที่เหมือนกัน โดยรูปแบบการสั่นไหวที่จุดศูนย์กลางการหมุนสำหรับเครื่องมือ
 ตรวจวัดการสั่นไหวทั้ง 2 ประเภท แสดงไว้ในภาพที่ 3.6 และ 3.7



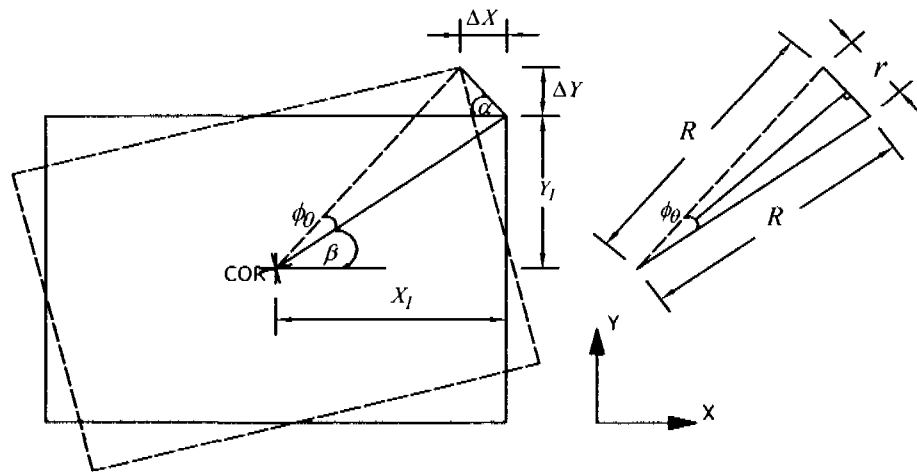
ภาพที่ 3.6 รูปแบบการสั่นไหวชั้นบนสุดของอาคารสำหรับเครื่องมือตรวจวัดความเร็ว



ภาพที่ 3.7 รูปแบบการสั่นไหวชั้นบนสุดของอาคารสำหรับเครื่องมือตรวจวัดความเร่ง

โดยความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่ของจุดศูนย์กลางการหมุนและตำแหน่งติดตั้งหัววัด สามารถแสดงได้ดังภาพที่ 3.8 ซึ่งความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่และการหมุนคำนวณได้จากสมการที่ 3.6

$$\begin{aligned} r &= 2R \sin\left(\frac{\phi_\theta}{2}\right) \\ \beta &= \tan^{-1}\left(\frac{Y_1}{X_1}\right) \\ \alpha &= \frac{\pi}{2} - \frac{\phi_\theta}{2} - \beta \end{aligned} \quad (3.6)$$



ภาพที่ 3.8 แสดงความสัมพันธ์การเคลื่อนที่ระหว่างจุดศูนย์กลางการหมุนและตำแหน่งหัววัด

จากสมการที่ 3.6 คำนวณค่าการเคลื่อนที่ของตำแหน่งหัววัดในทิศทาง X และ Y ได้ดังสมการที่ 3.7

$$\begin{aligned} \Delta X &= r \cos \alpha \\ \Delta Y &= r \sin \alpha \end{aligned} \quad (3.7)$$

ดังนั้นการเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งหัววัดและจุดศูนย์กลางการหมุน (Center of Rotation, COR) ดังแสดงในภาพที่ 3.6 และ 3.7 สามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์ของสมการที่ 3.6 และ 3.7 ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ 3.8

$$\begin{aligned}\phi_x^1 &= \phi_x - \Delta X = \phi_x - r \cos \alpha \\ \phi_x^1 &= \phi_x - 2R \sin\left(\frac{\phi\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\phi\theta}{2} - \beta\right) \\ \phi_y^1 &= \phi_y + \Delta Y = \phi_y + r \sin \alpha \\ \phi_y^1 &= \phi_y + 2R \sin\left(\frac{\phi\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\phi\theta}{2} - \beta\right)\end{aligned}\tag{3.8}$$

โดยปกติการสั่นไหวตามธรรมชาติของอาคารแบบบิตตัวมีค่ามุมของการบิดตัวน้อยมาก (ϕ_0) เมื่อเทียบกับขนาดของอาคาร ดังนั้นสำหรับการตรวจวัดด้วยเครื่องมือวัดความเร็ว สมการการเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งที่ 1, 2 และที่จุดศูนย์กลางการหมุน ดังแสดงในภาพที่ 3.6 สามารถประมาณค่าได้ดังแสดงในสมการที่ 3.9

$$\begin{aligned}\phi_y^1 &= \phi_y + \phi_0 \cdot X_1 & \text{และ} & \quad \phi_y^2 = \phi_y - \phi_0 \cdot X_2 \\ \phi_x^1 &= \phi_x - \phi_0 \cdot Y_1 & \text{และ} & \quad \phi_x^2 = \phi_x + \phi_0 \cdot Y_2\end{aligned}\tag{3.9}$$

โดยที่ ϕ_x คือ รูปแบบการสั่นไหวที่ชั้นบนสุดในทิศทาง X

ϕ_y คือ รูปแบบการสั่นไหวที่ชั้นบนสุดในทิศทาง Y

ϕ_0 คือ รูปแบบการสั่นไหวที่ชั้นบนสุดในรูปแบบการหมุน ทิศทางตามเข็มนาฬิกา

ϕ_x^1, ϕ_x^2 คือ การเคลื่อนที่ในทิศทาง X ที่ตำแหน่ง 1 และ 2 ตามลำดับ เนื่องจาก ϕ_x, ϕ_y, ϕ_0

ϕ_y^1, ϕ_y^2 คือ การเคลื่อนที่ในทิศทาง Y ที่ตำแหน่ง 1 และ 2 ตามลำดับ เนื่องจาก ϕ_x, ϕ_y, ϕ_0

จากสมการที่ 3.4 ค่า Spectral Density มีค่าเท่ากับขนาดของฟูเรียร์ ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างการสั่นไหวและขนาดฟูเรียร์แสดงได้ดังสมการที่ 3.10

$$\frac{F_{x1}}{F_{x2}} = \frac{\phi_{11}}{\phi_{21}}\tag{3.10}$$

โดยที่ ϕ_{11} และ ϕ_{21} คือ รูปร่างการสั่นไหวที่รูปแบบการสั่นไหวที่ 1 ที่ตำแหน่ง 1 และ 2 ตามลำดับ แทนสมการที่ 3.9 ในสมการที่ 10 ทำให้ได้สมการที่ 3.11 ดังนี้

$$\begin{aligned}
\frac{\phi_y^1}{\phi_y^2} &= \frac{\phi_y + \phi_\theta \cdot X_1}{\phi_y - \phi_\theta \cdot X_2} = \frac{|F_y^1|}{|F_y^2|} & \frac{\phi_x^1}{\phi_x^2} &= \frac{\phi_x - \phi_\theta \cdot Y_1}{\phi_x + \phi_\theta \cdot Y_2} = \frac{|F_x^1|}{|F_x^2|} \\
\frac{\phi_x^1}{\phi_y^1} &= \frac{\phi_x - \phi_\theta \cdot Y_1}{\phi_y + \phi_\theta \cdot X_1} = \frac{|F_x^1|}{|F_y^2|} & \frac{\phi_x^1}{\phi_y^2} &= \frac{\phi_x - \phi_\theta \cdot Y_1}{\phi_y - \phi_\theta \cdot X_2} = \frac{|F_x^1|}{|F_y^1|} \\
\frac{\phi_x^2}{\phi_y^1} &= \frac{\phi_x + \phi_\theta \cdot Y_2}{\phi_y + \phi_\theta \cdot X_1} = \frac{|F_x^2|}{|F_y^2|} & \frac{\phi_x^2}{\phi_y^2} &= \frac{\phi_x + \phi_\theta \cdot Y_2}{\phi_y - \phi_\theta \cdot X_2} = \frac{|F_x^2|}{|F_y^2|}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

โดยที่ $|F_x^1|, |F_x^2|$ คือขนาดของ Fourier ในทิศทาง X ที่ตำแหน่ง 1 และ 2 ตามลำดับ
 $|F_y^1|, |F_y^2|$ คือขนาดของ Fourier ในทิศทาง Y ที่ตำแหน่ง 1 และ 2 ตามลำดับ

จากสมการที่ 3.11 ค่าความผิดพลาดที่เกิดจากการตรวจวัดและทฤษฎีการคำนวณแสดงได้
 ดังสมการที่ 3.12

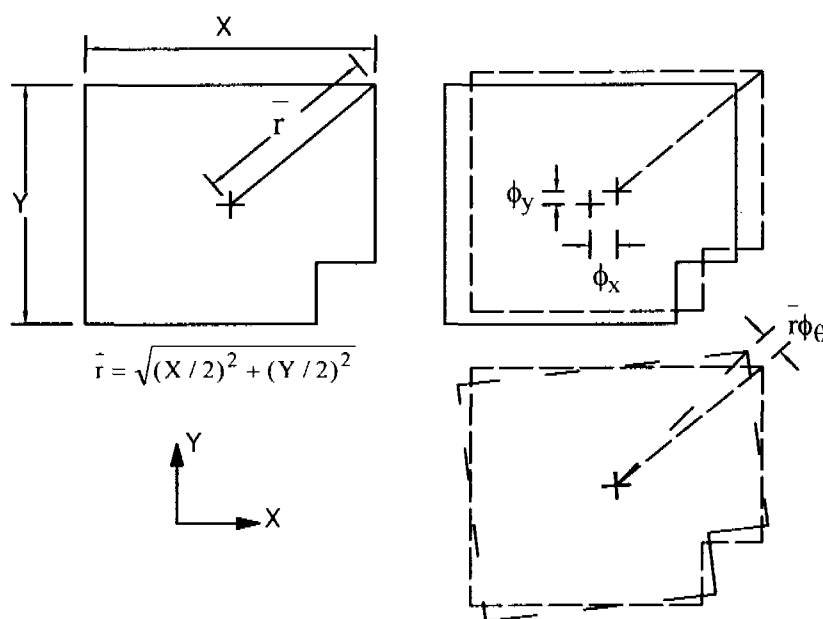
$$\begin{aligned}
(e_1)^2 &= \left\{ \frac{\phi_y + \phi_\theta \cdot X_1}{\phi_y - \phi_\theta \cdot X_2} - \frac{|F_y^1|}{|F_y^2|} \right\}^2 & (e_2)^2 &= \left\{ \frac{\phi_x - \phi_\theta \cdot Y_1}{\phi_x + \phi_\theta \cdot Y_2} - \frac{|F_x^1|}{|F_x^2|} \right\}^2 \\
(e_3)^2 &= \left\{ \frac{\phi_x - \phi_\theta \cdot Y_1}{\phi_y + \phi_\theta \cdot X_1} - \frac{|F_x^1|}{|F_y^2|} \right\}^2 & (e_4)^2 &= \left\{ \frac{\phi_x - \phi_\theta \cdot Y_1}{\phi_y - \phi_\theta \cdot X_2} - \frac{|F_x^1|}{|F_y^1|} \right\}^2 \\
(e_5)^2 &= \left\{ \frac{\phi_x + \phi_\theta \cdot Y_2}{\phi_y + \phi_\theta \cdot X_1} - \frac{|F_x^2|}{|F_y^2|} \right\}^2 & (e_6)^2 &= \left\{ \frac{\phi_x + \phi_\theta \cdot Y_2}{\phi_y - \phi_\theta \cdot X_2} - \frac{|F_x^2|}{|F_y^2|} \right\}^2
\end{aligned} \tag{3.12}$$

โดยที่ผลรวมของความผิดพลาดจากสมการที่ 3.12 สามารถคำนวณค่า ϕ_x , ϕ_y และ ϕ_θ จากการใช้
 วิธี Minimization of the Sum of the Squares of Error ดังแสดงในสมการที่ 3.13

$$e = (e_1)^2 + (e_2)^2 + (e_3)^2 + (e_4)^2 + (e_5)^2 + (e_6)^2 \tag{3.13}$$

สำหรับการเคลื่อนตัวของอาคารที่ชั้นบนสุด สามารถพิจารณาได้จากค่า ϕ_x , ϕ_y และ ϕ_θ ซึ่งเป็นการ
 เคลื่อนตัวที่ตำแหน่ง COR ในแนวด้านข้าง (ϕ_x , ϕ_y) และการบิดตัว (ϕ_θ) โดยทั่วไปอาคารจะไม่

เกิดการเคลื่อนตัวในแนวด้านข้างในด้านใดด้านหนึ่งหรือเกิดการบิดตัวเพียงอย่างเดียว แต่จะมีผลของการเคลื่อนตัวในแนวอื่นๆ ผสมอยู่ด้วย ดังนั้นในการอธิบายส่วนประกอบของการเคลื่อนตัวในแนวด้านข้างในแต่ละทิศทางจึงทำการ Normalized ให้การเคลื่อนตัวแนวด้านข้างในทิศทางหลักที่พิจารณาให้มีค่าเท่ากับ 1 สำหรับการเคลื่อนตัวแบบบิดตัวไม่สามารถทำการ Normalized เพื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของการบิดตัวและการเคลื่อนตัวด้านข้างได้เนื่องจากมีหน่วยที่ต่างกัน ดังนั้นจึงสร้างความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนตัวในแนวด้านข้างและการบิดตัวดังแสดงในภาพที่ 3.9 โดยค่าการบิดตัวจะพิจารณาเป็นการเคลื่อนที่ของมุมอาคารที่เกิดจากการบิดตัว ทำให้การ Normalized การเคลื่อนตัวของอาคารมีความถูกต้องเนื่องจากเป็นหน่วยเดียวกัน โดยการนิยามการเคลื่อนตัวของอาคารที่จุด COR จะกำหนดในรูปแบบของ $[\phi_x \phi_y \bar{r}\phi_\theta]$



ภาพที่ 3.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนด้านข้างและการบิดตัวที่จุดศูนย์กลางการหมุน

3.3.3 การหาค่าอัตราส่วนความหน่วง (Damping Ratio)

สำหรับการวิเคราะห์ค่าอัตราส่วนความหน่วง (ξ) ของอาคารในการศึกษาครั้งนี้ ทำการวิเคราะห์ด้วยวิธี Autocorrelation โดยเป็นการวิเคราะห์ค่าอัตราส่วนความหน่วงจากรูปแบบสัญญาณผลตอบสนอง Fourier Amplitude Spectrum โดยปกติแล้วการตรวจวัดด้วยวิธี Ambient Vibration ซึ่งอาคารส่วนมากถูกกระตุ้นด้วยแรงที่ระดับต่ำทำให้ผลตอบสนอง Fourier Amplitude

Spectrum ที่ตรงกับค่าความถี่ธรรมชาติในรูปแบบการสั่นไหวที่สูงขึ้นไม่มีความชัดเจน ดังนั้น สัญญาณของผลตอบสนองที่วิเคราะห์ด้วยวิธี Autocorrelation จึงถูกกรองด้วยวิธี Band Pass Filter เพื่อแยกค่าความถี่ในรูปแบบการสั่นไหวที่ต้องการพิจารณาวิเคราะห์ และตัดสัญญาณในช่วงความถี่ที่ไม่ต้องการออกไป สำหรับสมมติฐานที่ว่าระบบที่เป็นที่มีค่าอัตราส่วนความหน่วงน้อยๆ และแรงกระตุ้นจากภายนอกเป็นแบบ White Noise มีค่าคงที่เท่ากับ S_0 ค่า Autocorrelation Function สามารถแสดงได้ดังสมการที่ 3.14

$$R(\tau) = \frac{\pi S_0}{2\xi q} \left[e^{-\xi\omega} \left\{ \cos(\omega\tau\sqrt{1-\xi^2}) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega\tau\sqrt{1-\xi^2}) \right\} \right] \quad (3.14)$$

โดยที่ $R(\tau)$ คือ Autocorrelation Function

ω คือ ค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติ

ξ คือ ค่าอัตราส่วนความหน่วง

S_0 คือ แรงกระตุ้นภายนอกคงที่

โดยปกติการตรวจวัดสัญญาณผลตอบสนองของอาคารได้สัญญาณเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete) ดังนั้นในสมการที่ 3.14 จึงสามารถแสดงได้เป็นสมการ Autocorrelation Function ได้ดังสมการที่ 3.15

$$R_r = \frac{1}{N-r} \sum_{s=0}^{N-1-r} x_s \cdot x_{s+r} \quad r = 0, 1, 2, \dots, (N-1) \quad (3.15)$$

โดยที่ N คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

จากสมการที่ 3.14 เป็นฟังก์ชันโคซายน์และมีการลดลงแบบ Exponential ทำให้สามารถใช้วิธี Logarithmic Decrement หาค่าอัตราส่วนความหน่วงได้ดังสมการที่ 3.16

$$\xi = \frac{1}{2\pi q} \ln \left[\frac{A_p}{A_{p+q}} \right] \quad (3.16)$$

โดยที่ A_p คือ Amplitude สูงสุดที่รอบ p

A_{p+q} คือ Amplitude สูงสุดที่รอบ $p + q$

q คือ จำนวนรอบ q รอบ

3.4 สูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติ

3.4.1 สูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติสำหรับการออกแบบอาคารด้านทานแผ่นดินไหว

การออกแบบอาคารด้านทานแรงแผ่นดินไหวโดยใช้หลักแรงสถิตเทียบเท่าจำเป็นต้องมีการประมาณค่าคาบธรรมชาติ (T) ของอาคารเพื่อคำนวณผลตอบสนองเนื่องจากแรงกระทำทางพลศาสตร์ โดยสามารถประมาณค่าคาบธรรมชาติได้จากข้อกำหนดตามมาตรฐานของประเทศต่างๆ แต่ก่อนที่จะนำค่าคาบธรรมชาติไปใช้จริงจำเป็นต้องตรวจสอบความเหมาะสมกับสภาพแวดล้อมและลักษณะของอาคารจริงเพื่อให้เกิดความถูกต้องและมีความเหมาะสมมากที่สุด

สูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติ (Empirical Formulas) ของอาคารในประเทศไทยได้อ้างอิงมาจากสูตรของประเทศสหรัฐอเมริกา Uniform Building Code (UBC 1985) ซึ่งกำหนดไว้ในกฎกระทรวงฉบับที่ 49 (พ.ศ. 2540) เพื่อใช้ออกแบบอาคารด้านทานแรงแผ่นดินไหว โดยบังคับใช้กับพื้นที่ภาคเหนือตอนบนและภาคตะวันตกของประเทศไทย ได้แก่ จังหวัดเชียงใหม่ เชียงราย ตาก น่าน พะเยา แม่ฮ่องสอน ลำปาง ลำพูน และกาญจนบุรี (Wanitchai and others, 2000) โดยไม่ได้กำหนดให้กรุงเทพมหานครอยู่ในเขตพื้นที่ตามกฎกระทรวง แต่กระนั้นจากความสำคัญของปัญหาที่กรุงเทพมหานครมีโอกาสเสี่ยงที่จะได้รับผลกระทบจากการเกิดแผ่นดินไหวระยะไกลดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในตอนต้นแล้วนั้น วิศวกรผู้ออกแบบอาคารในกรุงเทพมหานคร โดยเฉพาะอาคารที่มีความสูงปานกลางและความสูงมากๆ ควรพิจารณาผลของแรงกระทำด้านข้างเนื่องจากแผ่นดินไหวด้วย โดยประเทศต่างๆ มีการพัฒนาสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติของอาคาร เพื่อใช้เป็นมาตรฐานในการออกแบบอาคารด้านทานแผ่นดินไหวสำหรับประเทศนั้นๆ โดยสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติของ UBC 1985 ที่ใช้อ้างอิงในประเทศไทยมีรายละเอียดดังนี้

สำหรับอาคารทั่วไป คาบธรรมชาติ T (NEHRP, 1994) คำนวณได้จาก

$$T = 0.09H/\sqrt{D} \quad (3.17)$$

และสำหรับโครงข้อแข็งที่มีความเหนียว (Tentative Provisions, 1978)

$$T = 0.1N \quad (3.18)$$

โดยที่ H และ D คือความสูงของพื้นอาคารชั้นสูงสุดวัดจากระดับพื้นดิน และความกว้างของอาคารในทิศทางขนานกับแรงแผ่นดินไหวตามลำดับ มีหน่วยเป็นเมตร และ N คือจำนวนชั้นของอาคารทั้งหมดที่อยู่เหนือระดับพื้นดิน

สำหรับมาตรฐานของประเทศสหรัฐอเมริกาในปัจจุบันคือ UBC 1997 (*Uniform Building Code*, 1997) ได้กำหนดค่า T สำหรับอาคารทั่วไปคือ

สำหรับโครงข้อแข็งที่มีความเหนียว (Moment – Resisting Frame)

$$T = 0.0731H^{0.75} \quad (3.19)$$

สำหรับโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กมีผนังรับแรงเฉือน (Shear Wall)

$$T = 0.0488H^{0.75} \quad (3.20)$$

มาตรฐานของประเทศญี่ปุ่น BSL 1989 สำหรับอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กทั่วไปคือ

$$T = 0.02H \quad (3.21)$$

มาตรฐานของประเทศออสเตรเลีย AS1170-2-1989

$$T = H/46 \quad (3.22)$$

มาตรฐานของประเทศนิวซีแลนด์ NZS 4203:1992

$$T = 0.061H^{0.75} \quad (3.23)$$

สูตรคำนวณโดยประมาณเหล่านี้ได้พัฒนาขึ้นจากการศึกษาตัวอย่างอาคารในแต่ละประเทศ ซึ่งมีมาตรฐานการออกแบบและการก่อสร้างที่แตกต่างกัน นอกจากนั้นสภาพแวดล้อมและสภาวะการใช้งานของอาคารก็มีความแตกต่างกันด้วย ดังนั้นการประยุกต์ใช้สูตรในการประมาณค่าคาบธรรมชาติเหล่านี้สำหรับอาคารในประเทศไทยจึงควรมีการศึกษาค่าคาบธรรมชาติของตัวอย่างอาคารจริงเพื่อตรวจสอบความเหมาะสมก่อน สำหรับประเทศไทยที่ได้อ้างอิงมาจาก UBC 1985 มาเป็นรูปแบบในการออกแบบอาคารต้านทานแรงแผ่นดินไหวในปัจจุบันนั้นควรมีการปรับปรุงให้มีความเหมาะสมกับสภาพแวดล้อมของประเทศไทยเพื่อให้ความปลอดภัย และเหมาะสมมากที่สุด โดยพื้นที่บริเวณกรุงเทพมหานครและปริมณฑลชั้นดินใต้อาคารเป็นดินอ่อนซึ่งมีคณะวิจัยศึกษาพบว่าสามารถที่จะขยายคลื่นแผ่นดินไหวได้ (Wanitchai and others, 2000) ทำให้บริเวณเหล่านี้มี

ความเสี่ยงกับการเกิดแผ่นดินไหวระยะไกลดังที่ได้กล่าวมาก่อนหน้านี้ ดังนั้นจึงมีการตรวจวัดการสั่นไหวของอาคารในเขตกรุงเทพมหานครและปริมณฑล เนื่องจากสภาพแวดล้อมทั่วไป เช่น แรงแลม การจราจร เป็นต้น เพื่อให้เข้าใจถึงพฤติกรรมที่แท้จริงและค่าคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของอาคารเพื่อนำไปพัฒนาเป็นสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติของอาคารที่มีความเหมาะสมสำหรับนำไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบอาคารต้านทานแผ่นดินไหวและศึกษาผลกระทบต่อการเกิดแผ่นดินไหวระยะไกลต่อไป

3.4.2 การพัฒนาสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติของอาคารในประเทศไทย

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของอาคารในประเทศในช่วงหลายปีที่ผ่านมาได้รับการพัฒนามาอย่างต่อเนื่องจากความร่วมมือจากหลายหน่วยงานที่เห็นความสำคัญกับปัญหาการเกิดแผ่นดินไหว จนกระทั่งมีการผลักดันให้มีการออกกฎหมายสำหรับการออกแบบอาคารต้านทานแผ่นดินไหวในพื้นที่ตามกฎกระทรวงดังที่ได้กล่าวมาก่อนหน้านี้ แต่สำหรับการตรวจวัดอาคารเพื่อพัฒนาสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติที่เหมาะสมสำหรับอาคารจริงในประเทศไทยได้เริ่มอย่างจริงจังในช่วง 3-4 ปีที่ผ่านมา โดยการพัฒนาสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติสำหรับอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กในกรุงเทพมหานครจากข้อมูลการตรวจวัด ได้พิจารณาสมการประมาณค่าคาบธรรมชาติเป็น 3 รูปแบบ คือ สมการประมาณค่าคาบโดยเฉลี่ย (Average Line, T_R) ซึ่งได้จากวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธี Regression และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลต่ำที่สุด จากค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสามารถประมาณค่าคาบธรรมชาติสำหรับข้อมูลขอบเขตล่าง (Lower Bound, T_L) ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธี Regression โดยลดค่าของข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์เท่ากับค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแต่ค่า Slope ของสมการประมาณค่าคาบธรรมชาติไม่เปลี่ยนแปลง และสำหรับรูปแบบสุดท้ายเป็นการประมาณค่าคาบธรรมชาติเพื่อกำหนดสมการสำหรับขอบเขตบน (Upper Bound, T_U) ซึ่งวิธีการวิเคราะห์เหมือนกับการสร้างสมการ T_L แต่ค่าของข้อมูลได้เพิ่มไปจากค่าเฉลี่ยเท่ากับค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล ซึ่งรายละเอียดของการศึกษาเพื่อพัฒนาสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติสำหรับอาคารมีรายละเอียดดังนี้

ในปี ค.ศ. 2002 Petcharoen (2002) ทำการศึกษาคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของอาคารขนาดเตี้ยและความสูงปานกลางในเขตกรุงเทพมหานครทั้งหมด 13 อาคาร และรวมกับข้อมูลที่เคยมีผู้ทำการตรวจวัดเอาไว้ซึ่งรวมข้อมูลทั้งหมดแล้วมีจำนวน 21 อาคาร ซึ่งอาคารทั้งหมด ตรวจวัดด้วยวิธี Ambient Vibration โดยใช้เครื่องมือวัดอัตราเร่งการสั่นสะเทือน จากการวิเคราะห์ข้อมูลได้ความสัมพันธ์ระหว่างคาบธรรมชาติของอาคารและลักษณะทางกายภาพของอาคารดังนี้

$T_U = 0.018H^{1.05}$	สำหรับ Upper Bound
$T_R = 0.015H^{1.05}$	สำหรับ Average Line
$T_L = 0.012H^{1.05}$	สำหรับ Lower Bound
$T_U = 0.05N^{1.15}$	สำหรับ Upper Bound
$T_R = 0.041N^{1.15}$	สำหรับ Average Line
$T_L = 0.033N^{1.15}$	สำหรับ Lower Bound

โดยที่ H คือ ความสูงของอาคาร มีหน่วยเป็น เมตร
 N คือ จำนวนชั้นของอาคาร

ปี พ.ศ. 2545 ประยุทธ์ ยิ่งหาญ (2545) ทำการตรวจวัดอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กในเขต กรุงเทพมหานคร ทั้งหมด 17 อาคาร ด้วยวิธี Ambient Vibration โดยใช้เครื่องมือ 2 ชนิด คือ เครื่องมือวัดอัตราเร่งของการสั่นสะเทือน (Accelerometer) และเครื่องมือวัดความเร็วของการสั่นสะเทือน (Velocity Transducer) เมื่อรวมกับข้อมูลของ Petcharoen, (2002) จะได้ข้อมูลทั้งหมด 38 อาคาร จากการวิเคราะห์ข้อมูลได้ความสัมพันธ์ระหว่างคาบธรรมชาติของอาคารกับความสูงและจำนวนชั้นของอาคารดังนี้

$T_U = 0.023H$	สำหรับ Upper Bound
$T_R = 0.019H$	สำหรับ Average Line
$T_L = 0.015H$	สำหรับ Lower Bound
$T_U = 0.058N^{1.1}$	สำหรับ Upper Bound
$T_R = 0.047N^{1.1}$	สำหรับ Average Line
$T_L = 0.038N^{1.1}$	สำหรับ Lower Bound

กรณีที่พิจารณาความสูงอาคารมากกว่า 40 เมตร

$$T_U = 0.045H^{0.85} \quad \text{สำหรับ Upper Bound}$$

$$T_R = 0.037H^{0.85} \quad \text{สำหรับ Average Line}$$

$$T_L = 0.03H^{0.85} \quad \text{สำหรับ Lower Bound}$$

กรณีที่พิจารณาความสูงอาคารน้อยกว่า 40 เมตร

$$T_U = 0.009H^{1.25} \quad \text{สำหรับ Upper Bound}$$

$$T_R = 0.007H^{1.25} \quad \text{สำหรับ Average Line}$$

$$T_L = 0.006H^{1.25} \quad \text{สำหรับ Lower Bound}$$

จากสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติของอาคารในกรุงเทพมหานครพบว่ามีค่าที่แตกต่างจากสูตรของ UBC 1985 ที่กำหนดไว้ในกฎกระทรวงรวมถึงข้อกำหนดของต่างประเทศด้วย แสดงให้เห็นว่ามาตรฐานในการออกแบบ คุณภาพในการก่อสร้าง และสิ่งแวดล้อมต่างๆที่แตกต่างกันของแต่ละประเทศทำให้อาคารมีพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ที่แตกต่างกันด้วย ดังนั้นเพื่อให้เข้าใจพฤติกรรมผลตอบสนองเชิงพลศาสตร์ของอาคารในกรุงเทพมหานครมากขึ้นจำเป็นต้องมีการตรวจวัดอาคารเพิ่มเติมเพื่อศึกษาผลกระทบต่อการเกิดแผ่นดินไหวระยะไกลและให้เป็นตัวแทนที่ดีของอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กในกรุงเทพมหานครสำหรับการพัฒนาสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติที่มีความเหมาะสม

3.5 การพัฒนาสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติของอาคาร

วิธีการพัฒนาสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติของอาคารตามข้อกำหนด UBC 1985 ได้มาจากการตรวจวัดการสั่นไหวของอาคารจริงระหว่างเกิดแผ่นดินไหว San Fernando ในปี 1971 โดยที่ข้อกำหนดเพิ่มเติมในสมการที่ (3.18) คือ จำนวนชั้นของอาคารไม่เกิน 12 ชั้น และความสูงระหว่างชั้นของอาคารมากกว่า 3 เมตร หลังจากนั้นได้มีการพัฒนาสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติที่ใช้ในปัจจุบันคือ UBC 1997 โดยการพัฒนาสูตรได้รวบรวมข้อมูลของอาคารที่มีการติดตั้งเครื่องมือตรวจวัดการสั่นไหวระหว่างเกิดแผ่นดินไหวทั้งหมดรวม 8 ครั้ง ตั้งแต่ปี 1971 -1994 ดังนี้ San Fernando 1971 , Morgan Hill 1984 , Mt. Lewis 1986 , Whittier 1987 , Loma Prieta 1989 , Upland

1990 , Sierra Madere 1991 และ Nothridge 1994 รวมข้อมูลทั้งหมด 106 อาคาร โดยที่พฤติกรรมของโครงสร้างทั้งหมดยังอยู่ในช่วงพิกัดยืดหยุ่น (elastic) ในการพัฒนาสูตรเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของอาคารกับค่าคาบธรรมชาติ (Natural Period) ของอาคารในข้อกำหนดของ UBC 1997 ได้ใช้วิธี Rayleigh ตามข้อสมมติฐานดังนี้ (Geol and Chopra, 1997)

1. แรงสถิตด้านข้าง (Static Lateral Force) จะกระจายแบบเส้นตรงตลอดความสูงของอาคาร

2. แรงเฉือนที่ฐานจากแผ่นดินไหว (Seismic Base Shear) จะเป็นสัดส่วนกับ $1/T^{2/3}$

3. น้ำหนักของอาคารจะกระจายสม่ำเสมอตลอดความสูง

4. การแอ่นตัวของอาคารเนื่องจากแรงกระทำด้านข้างที่กระจายสม่ำเสมอตลอดความสูงทำให้เกิดระยะเคลื่อนตัวแต่ละชั้น (inter-story drift , Δ) มีค่าคงที่ตลอดความสูงของอาคาร ซึ่งแสดงถึงการกระจายของสติเฟเนส มีค่าคงที่ตลอดความสูง

จากข้อสมมติฐานทั้งหมดสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคาบธรรมชาติกับรูปแบบการสั่นไหวจากวิธีของ Rayleigh ได้ดังสมการที่ 3.24

$$T = 2\pi \sqrt{\left(\int m \delta^2(x) \right) \div \left(g \int f(x) \delta(x) dx \right)} \quad (3.24)$$

โดยที่ $\delta(x)$ คือรูปร่างการแอ่นตัว (deflection shape) ของอาคารเนื่องจากแรงกระทำด้านข้าง $f(x)$

จากข้อสมมติฐานที่ 1 ถึง 3 สามารถเขียนการกระจายของแรงด้านข้างได้ดังนี้

$$f(x) = 2mg \frac{C}{T^\alpha} \frac{x}{H} \quad (3.25)$$

โดยที่ C คือ ค่าคงที่ซึ่งสัมพันธ์กับสัมประสิทธิ์แผ่นดินไหว (Seismic Coefficient)

H คือ ความสูงของอาคาร

จากข้อสมมติฐานที่ 4 จะได้รูปร่างการแอ่นตัวของอาคารดังนี้

$$\delta(x) = \Delta x \quad (3.26)$$

แทนสมการที่ (3.26) และ (3.25) ลงในสมการที่ (3.24) จะได้

$$T = \left[(2\pi)^2 \frac{\Delta}{2gC} \right]^{\frac{1}{2-\alpha}} H^{\frac{1}{2-\alpha}} \quad (3.27)$$

สำหรับ $\alpha = 0$ แรงเฉือนที่ฐานไม่ขึ้นอยู่กับค่าคาบธรรมชาติจะได้

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta}{2gC}} \sqrt{H} \quad (3.28)$$

สำหรับ $\alpha = 1$ แรงเฉือนที่ฐานเป็นสัดส่วนกับ $1/T$ จะได้

$$T = (2\pi)^2 \frac{\Delta}{2gC} H \quad (3.29)$$

สำหรับ $\alpha = 2/3$ แรงเฉือนที่ฐานเป็นสัดส่วนกับ $1/T^{2/3}$ จะได้

$$T = \left[(2\pi)^2 \frac{\Delta}{2gC} \right]^{\frac{3}{4}} H^{\frac{3}{4}} \quad (3.30)$$

สมการที่ (3.30) มีค่าตรงกับสูตร $T = C_1 H^{3/4}$ ใน UBC 1997 ซึ่งกำหนดให้แรงเฉือนที่ฐานเป็นสัดส่วนกับ $1/T^{2/3}$

สำหรับโครงสร้างที่เป็นโครงข้อแข็งที่มีความเหนียว (Moment-Resisting Frame) โครงสร้างที่มีพฤติกรรมการไหวตัวแบบเฉือน (Shear Building) การคำนวณค่าคาบธรรมชาติโดยใช้วิธี Rayleigh แสดงได้ดังสมการที่ 3.31

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N m_j \phi_j^2}{\sum_{j=1}^N k_j (\phi_j - \phi_{j-1})^2}} \quad (3.31)$$

โดยที่ m_j คือ มวลที่ชั้น j

ϕ_j คือ รูปร่างการสั่นไหวที่ชั้นที่ j ของอาคาร

k_j คือ ค่าสติเฟนส์ที่ชั้นที่ j

ถ้าทุกชั้นมีมวลเท่ากัน $m_j = m$ สำหรับ $j = 1 - N$ และอาคารมีรูปแบบการแอ่นตัว (Deflection Shape) เป็นเส้นตรง $\psi_j = j/N$ ดังนั้นสมการที่ 3.31 จึงแสดงได้ดังสมการที่ 3.32

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{m}{N^2} \sum_{j=1}^N j^2}{\sum_{j=1}^N k_j \left(\frac{j}{N} - \frac{j-1}{N} \right)}} = 2\pi \sqrt{\frac{m \sum_{j=1}^N j^2}{\sum_{j=1}^N k_j}} \quad (3.32)$$

สำหรับอาคารที่มีสติเฟนกระจายสม่ำเสมอตลอดความสูง $k_j = k$ สำหรับ $j = 1 - N$ สมการที่ 3.32 สามารถแสดงได้ดังสมการที่ 3.33

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{m}{N} \sum_{j=1}^N j^2}{k \sum_{j=1}^N 1}} = 2\pi \sqrt{\frac{m \sum_{j=1}^N j^2}{k N}} \quad (3.33)$$

จาก ความสัมพันธ์

$$\sum_{j=1}^N j^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6} \quad (3.34)$$

จะได้

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m (N+1)(2N+1)}{k N}} = 2\pi \sqrt{\frac{m (2N^2 + 3N + 1)}{k N}} \quad (3.35)$$

สำหรับอาคารที่มีความสูงเกิน 6 ชั้น เทอม N^2 ในสมการที่ 3.35 จะมามีค่ามาก ดังนั้นสามารถประมาณค่าคาบการสั่นพื้นฐานได้จากสมการ 3.36

$$T = C_1 N \quad (3.36)$$

โดยที่สัมประสิทธิ์ C_1 มีค่าขึ้นอยู่กับมวล และ สติเฟนของอาคาร สำหรับอาคารที่มีความสูงและจำนวนชั้นมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรง สมการที่ 3.36 สามารถแสดงให้อยู่ในรูปความสูงได้ตามสมการที่ 3.37

$$T = \bar{C}H \quad (3.37)$$

การศึกษาคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของอาคารเพื่อพัฒนาสูตรประมาณค่าคาบธรรมชาติของอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กในกรุงเทพมหานครได้ใช้วิธี Rayleigh ซึ่งวิธีการประมาณค่าคาบธรรมชาติจากงานวิจัยของ Chopra and Geol (1997) ได้ข้อสรุปว่า อาคารโดยทั่วไปค่าสถิติเฟนสของอาคารที่ความสูงมากขึ้นจะมีค่าลดลง พฤติกรรมการไหวตัวของอาคารไม่ได้เป็นแบบเนียน (Shear Deflected Shape) แต่มีเป็นลักษณะเส้นตรง (Linear Deflected Shape) และสมมติให้มวลของแต่ละชั้นเท่ากันหมด ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างค่าคาบธรรมชาติและความสูงของอาคารจากสมการที่ 3.37 สามารถแสดงได้ในรูปแบบดังสมการที่ 3.38 ซึ่งเป็นรูปแบบสมการที่ใช้ในการประมาณค่าคาบธรรมชาติในการศึกษาครั้งนี้

$$T = \alpha H^\beta \quad (3.38)$$

โดยที่ T คือ คาบธรรมชาติของอาคาร (รอบ/วินาที)

H คือ ความสูงของอาคาร (ม.)

α และ β คือ ค่าคงที่ซึ่งจะคำนวณมาจากการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ โดยใช้

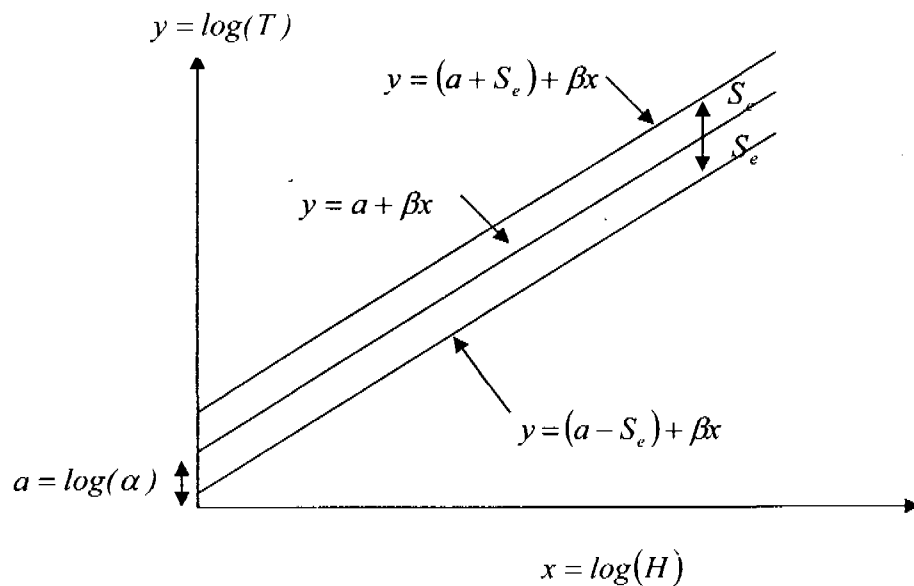
วิธี Regression Analysis

จากสมการที่ 3.38 แปลงสมการให้อยู่ในรูปของสมการเส้นตรง ดังสมการที่ 3.39

$$y = a + \beta x \quad (3.39)$$

โดยที่ $y = \log(T)$, $a = \log(\alpha)$ และ $x = \log(H)$

จากสมการที่ 3.39 เป็นสมการเส้นตรงโดยจุดตัดแกน y ที่ a เมื่อ $x = 0$ และสมการเส้นตรงมีความชันเท่ากับ β จากสมการที่ 3.39 แสดงเป็นความสัมพันธ์ในการวิเคราะห์ Regression ได้ดังภาพที่ 3.10



ภาพที่ 3.10 แนวคิดการวิเคราะห์ Regression

จากภาพที่ 3.10 สามารถหาค่า จุดตัดแกน a และ ความชัน β ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Minimizing the Standard Error) และหาค่า α ได้จากความสัมพันธ์ $a = \log(\alpha)$ โดยที่ค่าความผิดพลาดมาตรฐาน (Standard Error, S_e) สามารถหาได้จากสมการที่ 3.40

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [y_i - (a + \beta x_i)]^2}{(n-1)}} \quad (3.40)$$

โดยที่ $y_i = \log(T_i)$ และ $(a + \beta x_i) = \log(\alpha) + \beta \log(H)$ มาจากการตรวจวัดค่าคาบธรรมชาติ ข้อมูลที่ i โดยที่ n เป็นจำนวนข้อมูลค่าคาบธรรมชาติทั้งหมด

ด้วยวิธีการวิเคราะห์ Regression จากข้อมูลค่าคาบธรรมชาติของอาคาร สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ α_R และ β สำหรับสมการประมาณค่าคาบธรรมชาติในสมการที่ 3.38 โดยเป็นค่าสัมประสิทธิ์ ที่ให้ค่าคาบโดยเฉลี่ยที่ดีที่สุด (T_R) สำหรับชุดข้อมูลการตรวจวัดค่าคาบธรรมชาติทั้งหมด และมีเส้นสมการที่ให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S_e) ของข้อมูลค่าที่ดีที่สุด (Best-Fit) ดังนั้นสมการประมาณค่าคาบธรรมชาติสำหรับการวิเคราะห์ Regression ในรูปแบบ Best-Fit แสดงได้ดังสมการที่ 3.41

$$T_R = \alpha_R H^\beta \quad (3.41)$$

ในการนำไปประยุกต์ใช้กับมาตรฐานการออกแบบอาคารต้านทานแรงแผ่นดินไหว ควรให้ค่าคาบธรรมชาติมีค่าต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของข้อมูลจริง เพราะว่าการประมาณค่าคาบธรรมชาติที่ต่ำกว่าทำให้การคำนวณค่าแรงเฉือนที่ฐานอาคารมีค่ามากกว่า เป็นผลให้การออกแบบอาคารมีความปลอดภัยมากยิ่งขึ้น (Conservative) ซึ่งเรียกว่า การประมาณค่าคาบธรรมชาติขอบเขตล่าง (Lower Bound, T_L) การประมาณค่า T_L ได้มาจากการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์ ขอบเขตล่าง (α_L) โดยการสร้างเส้นสมการขอบเขตล่างในรูปแบบ Best-Fit ตามสมการที่ 3.39 โดยไม่เปลี่ยนค่า Slope (β) ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยภาพที่ 3.10 ดังนั้นค่า T_L และค่าสัมประสิทธิ์ α_L คำนวณได้ดังนี้

$$T_L = \alpha_L H^\beta \quad (3.42)$$

$$\log(\alpha_L) = \log(\alpha_R) - S_e \quad (3.43)$$

จากสมการที่ 3.42 ได้ให้ค่าการประมาณค่าคาบธรรมชาติสำหรับการออกแบบอาคารต้านทานแรงแผ่นดินไหวที่มีความปลอดภัยสูงขึ้น แต่สำหรับข้อกำหนดมาตรฐานการออกแบบอาคารต้านทานแรงแผ่นดินไหวโดยทั่วไปได้กำหนดให้มีสมการประมาณค่าคาบธรรมชาติขอบเขตบน (Upper Bound, T_U) เพื่อเป็นเส้นสมการสำหรับการจำกัดการประมาณค่าคาบธรรมชาติสูงสุดไม่ให้เกินค่า T_U ที่ได้มาจากการวิเคราะห์ Regression ของข้อมูล ซึ่งสมการประมาณค่าคาบธรรมชาติขอบเขตบนสามารถใช้ได้กับอาคารที่อยู่ในพื้นที่ที่ได้รับผลกระทบจากแผ่นดินไหวค่อนข้างน้อย (Goel and Chopra, 1997) โดยค่า T_U และค่าค่าสัมประสิทธิ์ α_U มีขั้นตอนการวิเคราะห์เหมือนกับสมการขอบเขตล่าง ดังแสดงในสมการที่ 3.44 และ 3.45

$$T_U = \alpha_U H^\beta \quad (3.44)$$

$$\log(\alpha_U) = \log(\alpha_R) + S_e \quad (3.45)$$