บทที่ 2

ผลงานวิจัยและงานเขียนอื่นๆที่เกี่ยวข้อง

เอกสารและรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในปี ค.ศ. 1968 ชาปิโร, วิลค์ และเชน (S.S. Shapiro, M.B. Wilk และ H.J. Chen) ได้ศึกษาเปรียบเทียบกำลังของการทดสอบของสถิติทดสอบแบบต่างๆ 9 แบบ คือ สถิติทดสอบชาพิโร-วิลค์, สถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความเบ้, สถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความโด่ง, สถิติทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ, สถิติทดสอบของคราเมอร์-ฟอนมิส, สถิติทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง, สถิติทดสอบของเดอร์บินส์, สถิติทดสอบไคสแควร์ และสถิติทดสอบสติวเดนท์ เรนจ์ เพื่อทดสอบการแจกแจงปกติ พบว่า สถิติทดสอบของชาพิโร-วิลค์ ใช้ได้ดีกว่าการทดสอบทั่วไป (นิจฉา แก้วหาวงษ์, 2535, น.25 อ้างจาก Shapiro, Wilk and Chen, 1968, pp. 1343-1372)

ในปี ค.ศ. 1971 ฟิงค์เกิลสไตน์ และชาฟเฟอร์ (J.M. Finkelstein และ R.E. Schafer) ได้พัฒนาสถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ เป็นสถิติทดสอบโมดิฟายด์ โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ และศึกษาเปรียบเทียบสถิติทดสอบโมดิฟายด์ โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ กับสถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ กรณีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง พบว่า สถิติทดสอบโมดิฟายด์ โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ ให้กำลังการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ (นิจฉา แก้วหาวงษ์, 2535, น.26 อ้างจาก Finkelstein and Schafer, 1971, pp. 641-645)

ในปี ค.ศ.1976 กรีน และเฮงกาซี (J.R. Green และ Y.A.S. Hegazy) ได้ปรับปรุงสถิติทดสอบที่ใช้ค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวอย่าง (Empirical Distribution Function : EDF) ได้แก่ สถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ, สถิติทดสอบคราเมอร์-ฟอนมิส และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ริ่ง และได้ศึกษาเปรียบเทียบ สถิติทดสอบที่ปรับปรุงขึ้นมาใหม่ กับสถิติทดสอบชาพิโร-วิลค์ และ สถิติทดสอบของดีอะโกสติโน ในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติ กรณีที่ไม่ทราบค่าพวกพารามิเตอร์ของการแจกแจง โดยใช้ เทคนิคมอนติ คาร์โล ศึกษากำลังการทดสอบ พบว่าสถิติทดสอบของชาพิโร-วิลค์ และสถิติทดสอบของดีอะโกสติโน ให้กำลังของการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบที่ใช้ EDF ทั้งกรณีที่ปรับปรุง และไม่ปรับปรุงค่าสถิติของการทดสอบ และสถิติทดสอบชาพิโร-วิลค์ ให้กำลังของการทดสอบสูงสุดในบรรดาสถิติที่ไม่ใช้ EDF (นิจฉา แก้วหาวงษ์, 2535,น.27 อ้างจาก Green and Hegazy, 1976, pp. 204-209)

ในปี ค.ศ. 1984 เครซซี่ และ รีด (Cressie & Read) ได้ศึกษาเกี่ยวกับกลุ่ม $\{I^{\lambda}; \lambda \in R\}$ ของสถิติทดสอบสารูปสนิทดี และนิยามสถิติเป็น

$$2nI^{\lambda} = \frac{2n}{\lambda(\lambda+1)}\left[x_i\left\{\frac{x_i}{E_i}\right\}^{\lambda} - 1\right]$$

โดยที่ $\{x_i; i=1,\ldots,k\}$ แทนเซตของค่าสังเกต และ $\{E_i; i=1,\ldots,k\}$ แทนเซตของค่าคาดหวัง พบว่าสถิติทดสอบสารูปสนิทดีใหม่นี้ เมื่อ $\lambda = \frac{2}{3}$ ดีกว่าสถิติทดสอบไคสแควร์ (χ^2,เมื่อ λ=1) และสถิติทดสอบอัตราส่วนลอกไลลิฮูด (log likelihood ratio,เมื่อ λ=0)

ในปี ค.ศ. 1990 คามิส (H.J. Khamis) ได้พัฒนาสถิติทดสอบ โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ โดยปรับปรุงค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวอย่างเป็นฟังก์ชันเดลตา และได้หาค่าเดลตาให้กำลังการทดสอบสูงสุดโดยใช้สมการถดถอยอย่างง่าย พบว่า เดลตาที่ให้กำลังการทดสอบสูงสุด คือ เดลตา มีค่าเป็น 0 หรือ 1

ในปี ค.ศ. 1992 กัมเตอร์ โลเรนเซน (Gumter Lorenzen) ได้เสนอการจัดรูปแบบของสถิติทดสอบเพียร์สันไคสแควร์ ในพจน์ของค่าเฉลี่ยลอการิทึม และได้กลุ่มสถิติทดสอบสารูปสนิทดีกลุ่มใหม่ ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าเป็นการแสดงความเชื่อมโยงระหว่าง สถิติทดสอบเพียร์สันไคสแควร์ และสถิติทดสอบอัตราส่วนลอกไลลิฮูดในรูปแบบใหม่ คือ

$$P_r = 2\sum_{i=1}^{k} N_r\left(\frac{n_i}{e_i}, \frac{e_i}{n_i}\right) n_i \ln n_i \frac{n_i}{e_i} \qquad (r \in [-1,0])$$

เมื่อ $N_r(a,b)$ เป็นรูปขยายของค่าเฉลี่ยลอการิทึม พร้อมทั้งได้แนะนำให้ศึกษาต่อ เพื่อหาค่า r ที่ทำให้ P_r ให้กำลังของการทดสอบสูงสุด

ในปี พ.ศ. 2536 (ค.ศ. 1993) ศุภลักษณ์ ภิสัชเพ็ญ ได้ศึกษาเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบบางตัวที่ใช้ในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติ และการทดสอบการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล กรณีข้อมูลขาดหาย สถิติทดสอบที่ใช้ คือ สถิติทดสอบโมดิฟายด์ โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ สำหรับข้อมูลขาดหาย (Modified Kolmogorov-Smirnov for censored data, $D_{n;l}$) สถิติทดสอบเดลตา-คอเรคเตด โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ (Delta-Corrected Kolmogorov-Smirnov, $G_{n;\delta;l}$) เมื่อ δ = 0 และ 1 และสถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ สำหรับความแปรปรวน (Kolmogorov-Smirnov in variation test, $G_{n;l}$) การวิเคราะห์ข้อมูลกระทำในกรณีที่ข้อมูลมีการขาดหายทางซ้าย 10% 20% 30% และ 40% ข้อมูลมีการขาดหายทางขวา 10% 20% 30% และ 40% ข้อมูลมีการขาดหายทางซ้ายและทางขวา ด้านละ 10% และ 20% ตามลำดับ โดยการทดสอบการแจกแจงแบบปกติ กำหนดให้การแจกแจงของประชากรเป็นแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล และแบบยูนิฟอร์ม โดย

ศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ และศึกษากำลังการทดสอบเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล และการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม สามารถสรุปได้ว่าสถิติทดสอบ $D_{n;f}$ $G_{n;\delta;f}$ (δ = 0 และ1) สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ใกล้เคียงกัน ในทุกกรณีการขาดหาย ส่วนสถิติ ทดสอบ $G_{n;f}$ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ในกรณีการขาดหาย 10% และ 20% สถิติทดสอบ $G_{n;f}$ ให้กำลังการทดสอบสูงสุดเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล ส่วนสถิติทดสอบ $D_{n;f}$ ให้กำลังการทดสอบสูงสุดเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม นอกจากนี้ พบว่าโดยส่วนใหญ่เมื่อเปอร์เซ็นต์การขาดหาย 10% และ 20% สถิติทดสอบ $G_{n;f}$ จะให้การทดสอบสูงสุดเมื่อเปอร์เซ็นต์การขาดหายเพิ่มขึ้น เป็น 30% และ 40% สถิติทดสอบ $D_{n;f}$ จะให้กำลังการทดสอบสูงสุดและสถิติทดสอบ $D_{n;f}$ จะให้กำลังการทดสอบสูงใกล้เคียงกันเป็นส่วนใหญ่ในแต่ละกรณีการขาดหาย

ในปี พ.ศ.2538 (ค.ศ. 1995) วรรณี ธนไพศาลกิจ ศึกษาเรื่อง "พัฒนาการของแบบทดสอบสารูปสนิทดี (พ.ศ.2532–2536)" ซึ่งเป็นการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของ แบบทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ (D_n) แบบทดสอบโมดิฟายด์ โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ (S_n) แบบทดสอบเดลตา-คอเรคเตด โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ ที่เดลตาเป็น 0 และ 1(G_{n0},G_{n1}) แบบทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟสำหรับความแปรปรวน (G) แบบทดสอบที่ใช้คัลแบก-ลายเบลอร์ อินฟอร์เมชัน (A*) แบบทดสอบ M_n แบบทดสอบโมดิฟายด์ โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ สำหรับข้อมูลขาดหาย ($D_{n;f}$) และแบบทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ สำหรับข้อมูลขาดหาย ($K_{n,\alpha}$) ในการทดสอบการแจกแจงปกติ และการแจกแจงเอกซ์โปเนนเชียล เมื่อทราบค่าพารามิเตอร์ และไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ กรณีข้อมูลขาดหาย โดยการเปรียบเทียบกำลังของการทดสอบ ในกรณีที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ไว้ได้แล้ว ขนาดตัวอย่าง 5, 10 และ 20 ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 สมมติฐานแย้งของการทดสอบคือข้อมูลมีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าพารามิเตอร์อื่นๆ, การแจกแจงดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล, การแจกแจงโลจิสติก, การแจกแจงเอกซ์โปเนนเชียล ที่มีค่าพารามิเตอร์อื่นๆ, การแจกแจงไวบูลล์ และการแจกแจงแกมมา พบว่า สมมติฐานหลักเป็นการแจกแจงปกติ กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ ควรใช้แบบทดสอบที่ใช้คัลแบก-ลายเบลอร์ อินฟอร์เมชัน เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ถึง 50 และข้อมูลซ้ำกันไม่เกิน 2 ค่า ถ้าข้อมูลซ้ำกันมากกว่า 2 ค่า ควรใช้แบบทดสอบโมดิฟายด์ โคลโมกรอฟ-สมีร์นอฟ เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 5 ควรใช้แบบทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ เมื่อสมมติฐานหลักเป็นการแจกแจงปกติ กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ ควรใช้แบบทดสอบเดลตา-คอเรคเตด โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ ที่เดลตา เป็น 1 เมื่อขนาดตัวอย่างน้อย และใช้ทดสอบ M_n เมื่อขนาดตัวอย่างมาก เมื่อ

สมมติฐานหลักเป็นการแจกแจงเอกซ์โปเนนเชียล กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ ควรใช้แบบทดสอบที่ใช้คัลแบก-ลายเบลอร์ อินฟอร์เมชัน เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ถึง 50 และข้อมูลซ้ำกันไม่เกิน 2 ค่า ถ้าข้อมูลซ้ำกันมากกว่า 2 ค่า ควรใช้แบบทดสอบโมดิฟายด์ โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 5 ควรใช้แบบทดสอบโคลโม โกรอฟ-สมีร์นอฟ สำหรับความแปรปรวน เมื่อสมมติฐานหลักเป็นการแจกแจงเอกซ์โปเนนเชียล กรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ และสมมติฐานแย้งเป็นการแจกแจงไวบูลล์ หรือแกมมา ที่มีพารามิเตอร์รูปร่างน้อยกว่า 0 ควรใช้แบบทดสอบเดลตา-คอเรคเตค โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ ที่เดลตาเป็น 0 เมื่อสมมติฐานแย้งเป็นการแจกแจงไวบูลล์ หรือแกมมา ที่มีพารามิเตอร์รูปร่างมากกว่า 0 ควรใช้แบบทดสอบโมดิฟายด์ โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ หรือแบบทดสอบที่ใช้คัลแบก-ลายเบลอร์ อินฟอร์เมชัน เมื่อสมมติฐานหลักเป็นการแจกแจงเอกซ์โปเนนเชียล เมื่อทราบค่าพารามิเตอร์ กรณีข้อมูลขาดหาย ควรใช้แบบทดสอบโมดิฟายด์ โคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ สำหรับข้อมูลขาดหาย

จินโฮ คิม และ เซงยอล ลี (Jinhyo Kim and Sangyeol Lee) ได้ศึกษาเกี่ยวกับขั้นตอนการคำนวณตัวประมาณความแตกต่างของสถิติคราเมอร์-ฟอนมิส โดยใช้ฟังก์ชันน้ำหนักของสถิติที่นิยมใช้ 3 รูปแบบ คือ

1. $g(t) = t^2$
2. $g(t) = t^2/(t+1)$
3. $g(t) = [(t+1)^{1/2} - 1]^2$

ในปี ค.ศ. 2002 จิน ซาง (Jin Zhang) ได้นำเสนอสถิติทดสอบ Z_K , Z_A และ Z_C สำหรับทดสอบสารูปสนิทดีของการแจกแจง ซึ่งสร้างโดยใช้อัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น และได้สรุปผลการทดสอบสารูปสนิทดีของการแจกแจงปกติว่า สถิติทดสอบซึ่งสร้างโดยใช้อัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น Z_A และ Z_C เป็นสถิติทดสอบที่ดีที่สุด ในการทดสอบสารูปสนิทดี สำหรับการแจกแจงปกติ เมื่อเปรียบเทียบกับสถิติทดสอบชาพิโร-วิลค์ (Shapiro-Wilk Test) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง (*Anderson-Darling*)

ในปี ค.ศ. 2003 สแวนพอล และโดคู (C.J. Swanepoel และ W.D. Doku) ได้นำเสนอสถิติทดสอบคราเมอร์-ฟอนมิส แบบถ่วงน้ำหนัก สำหรับทดสอบการแจกแจงปกติของการรบกวนสุ่มของตัวแบบออโตรีเกรซซีฟ และเปรียบเทียบสถิติทดสอบคราเมอร์-ฟอนมิส แบบถ่วงน้ำหนัก, สถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ แบบถ่วงน้ำหนัก, สถิติทดสอบของชาพิโร-วิลค์ และสถิติทดสอบลากรานจ์ มัลติไพลเออร์ พบว่า แบบทดสอบคราเมอร์-ฟอนมิส แบบถ่วงน้ำหนัก กรณีกำหนดฟังก์ชันน้ำหนัก $g(t)=\{t(1-t)\}^{-1/2}$ ให้กำลังการทดสอบสูงสุดในทุกกรณี

<u>ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง และสถิติที่ใช้ในการวิจัย</u>

1. <u>กระบวนการออโตรีเกรซซีฟ อันดับ 2 (AR(2))</u>

กระบวนการออโตรีเกรซซีฟ อันดับ 2 เป็นกระบวนการที่พิจารณากระบวนการเชิงเส้นทั่วไปในรูปที่อธิบายโดยใช้น้ำหนัก π ซึ่งก็คือ การอธิบาย X_t ในเทอมของค่าในอดีต 2 ช่วงเวลาย้อนหลัง และการรบกวนสุ่ม ε_t ในปัจจุบัน

ตัวแบบ AR(2) เขียนดังนี้

$$X_t - \mu = \phi_1 (X_{t-1} - \mu) + \phi_2 (X_{t-2} - \mu) + \varepsilon_t$$

กระบวนการจะมีคุณสมบัติสเตชันนารี เมื่อ

$\phi_1 + \phi_2 < 1$

$\phi_2 - \phi_1 < 1$

$-1 < \phi_2 < 1$

เมื่อ X_t แทน ตัวแปร อนุกรมเวลาที่ เวลา t ที่มีค่าเฉลี่ย เท่ากับ μ

และความแปรปรวนเท่ากับ $\dfrac{(1-\phi_2)}{(1+\phi_2)(1-(\phi_1+\phi_2))(1-(\phi_2-\phi_1))}$

ϕ_1 แทน สัมประสิทธิ์ที่บ่งบอกอิทธิพลของ X_{t-1} ต่อ X_t

ϕ_2 แทน สัมประสิทธิ์ที่บ่งบอกอิทธิพลของ X_{t-2} ต่อ X_t

μ แทน ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา

และซีเควนซ์ของ $\{ \varepsilon_t \}$ เป็นกระบวนการรบกวนสุ่ม (white noise) ซึ่งมี

$E(\varepsilon_t) = 0$, $\operatorname{var}(\varepsilon_t) = \sigma^2$

และ $\operatorname{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}) = \begin{cases} \sigma^2 & \text{เมื่อ } k = 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } k \neq 0 \end{cases}$

ตัวแบบออโตรีเกรซซีฟอันดับที่ 2 มีคุณสมบัติที่สำคัญในการกำหนดตัวแบบ ดังนี้

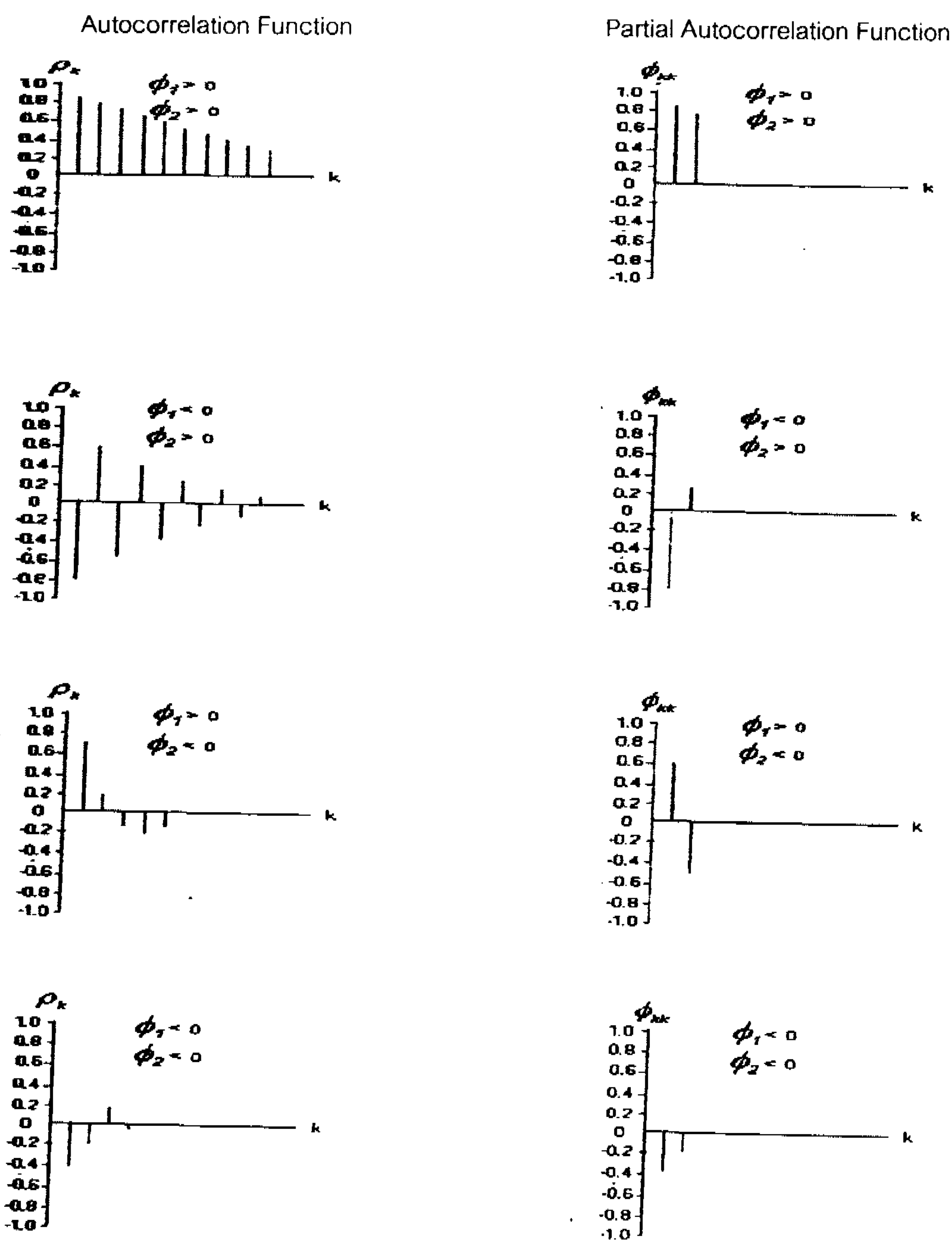
1. ฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation Function ,ACF, ρ_k) มีลักษณะลดลงเข้าสู่ศูนย์แบบเอ็กซ์โปเนนเชียล หรือแบบคลื่นไซน์

2. ฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน (Partial Autocorrelation Function ,PACF, ϕ_{kk}) เป็นศูนย์ตั้งแต่ lag3 เป็นต้นไป โดยที่ขอบเขตโดยประมาณของ ϕ_{kk} ที่ช่วยให้สรุปได้ว่า ϕ_{kk} มีค่าต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ เท่ากับ $\pm\dfrac{2}{\sqrt{n}}$

ตัวอย่างแสดงคุณสมบัติของตัวแบบ AR(2)

ภาพที่ 2.1

กราฟ ACF และ PACF ของตัวแบบ AR(2)



การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR (2) โดยวิธีโมเมนต์

กระบวนการ AR(2) เป็นกระบวนการซึ่งมีตัวแบบเป็น

$X_t - \mu = \phi_1 (X_{t-1} - \mu) + \phi_2 (X_{t-2} - \mu) + \varepsilon_t$

ซึ่งมี μ, ϕ_1, ϕ_2, σ^2 และ σ_ε^2 เป็นพารามิเตอร์ที่ต้องประมาณค่า

ฉะนั้น $\hat{\mu} = \overline{X}$ คือ ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง

และ $\hat{\sigma}^2 = r_0$ เมื่อ r_0 คือความแปรปรวนตัวอย่าง

สำหรับ ϕ_1 และ ϕ_2 ซึ่งสอดคล้องสมการยูล วอล์คเกอร์ (Yule Walker)

$$\rho_1 = \phi_1 + \rho_1\phi_2 \qquad (2.1)$$

$$\rho_2 = \rho_1\phi_1 + \phi_2$$

จะได้ค่าประมาณของ ϕ_1 และ ϕ_2 คือ $\hat{\phi}_1$ และ $\hat{\phi}_2$ ที่เป็นรากของสมการ (2.1) ซึ่งแทนค่า ρ_1 และ ρ_2 ด้วย r_1 และ r_2 ตามลำดับ ส่วน $\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = r_0(1-\hat{\phi}_1 r_1 - \hat{\phi}_2 r_2)$

ดังนั้นจะได้

$$r_1 = \hat{\phi}_1 + r_1\hat{\phi}_2$$

$$r_2 = r_1\hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2$$

ซึ่งจะได้

$$\hat{\phi}_1 = \frac{r_1(1-r_2)}{1-r_1^2}$$

$$\hat{\phi}_2 = \frac{r_2-r_1^2}{1-r_1^2}$$

โดยที่

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n}(x_t-\overline{x})(x_{t-1}-\overline{x})}{\sum_{t=1}^{n}(x_t-\overline{x})^2}$$

$$r_2 = \frac{\sum_{t=3}^{n}(x_t-\overline{x})(x_{t-2}-\overline{x})}{\sum_{t=1}^{n}(x_t-\overline{x})^2}$$

2. <u>สถิติทดสอบซึ่งสร้างโดยใช้อัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น ของจิน ชาง</u>

ให้ X เป็นตัวแปรแบบสุ่มต่อเนื่อง ที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสมเป็น F(x) และ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่ม โดยมี $X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}$ เป็นสถิติลำดับ (Order statistic)

ในการทดสอบสมมติฐาน

สมมติฐานหลัก คือ H_0 : $F(x) = F_0(x)$; $\forall x \in (-\infty, \infty)$

สมมติฐานแย้ง คือ H_1 : $F(x) \neq F_0(x)$; $\exists x \in (-\infty, \infty)$

เมื่อ $F_0(x)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามสมมติฐาน (Hypothesized distribution function) (ในที่นี้เราจะพิจารณากรณีที่ทราบ $F_0(x)$)

ข้อสังเกต :

$$H_0 = \bigcap_{t \in (-\infty,\infty)} H_{0t}$$

และ

$$H_1 = \bigcup_{t \in (-\infty,\infty)} H_{1t}$$

เมื่อ H_{0t} : $F(t) = F_0(t)$ และ H_{1t} : $F(t) \neq F_0(t)$

ดังนั้นในการทดสอบสมมติฐาน H_0 แย้งกับ H_1 จะสมมูลกับ H_{0t} แย้งกับ H_{1t} สำหรับทุกๆ $t \in (-\infty, \infty)$

การทดสอบสมมติฐาน H_{0t} แย้งกับ H_{1t} เมื่อ t กำหนดค่าไว้แล้ว เรามีตัวอย่างสุ่มที่เป็นตัวอย่างสุ่มแบบทวินาม ซึ่งเขียนได้ในรูปฟังก์ชันอินดิเคเตอร์

$$x_{it} = \mathrm{I}(x_i \le t) = \begin{cases} 1 & \text{ถ้า } x_i \le t \\ 0 & \text{ถ้า } x_i > t \end{cases} \quad , i = 1,2,\ldots,n$$

โดย $P(x_{it} = 1) = F(t)$ และ $P(x_{it} = 0) = 1 - F(t)$

F (x) เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่ไม่ทราบการแจกแจง ในขณะที่ F (t) เมื่อกำหนดค่า t เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

สำหรับค่า t แต่ละค่าที่กำหนดค่าไว้ $t \in (-\infty, \infty)$ และตัวอย่างสุ่ม $X_{1t}, X_{2t}, \ldots, X_{nt}$ ให้ Z_t เป็นสถิติทดสอบในการทดสอบสมมติฐาน

สมมติฐานหลัก H_{0t} : $F(t) = F_0(t)$

สมมติฐานแย้ง H_{1t} : $F(t) \neq F_0(t)$

ซึ่งจะปฏิเสธ H_{0t} เมื่อ Z_t มีค่ามาก

โดยสถิติทดสอบ Z สำหรับทดสอบสมมติฐาน H_0 แย้งกับ H_1 จะนิยามในเทอมของ Z_t เป็น 2 รูปแบบ ดังนี้

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} Z_t \, dw(t) \, , \qquad (2.2)$$

และ

$$Z_{max} = \sup_{t \in (-\infty, \infty)} \{Z_t w(t)\}$$

เมื่อ w(t) คือฟังก์ชันน้ำหนัก (weight function) และจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ Z หรือ Z_{max} มีค่ามาก

กำลังของแบบทดสอบที่ใช้สถิติ Z หรือ Z_{max} จะขึ้นอยู่กับ Z_t และ w(t) ในที่นี้จะพิจารณาสถิติ Z_t ที่อยู่ในรูปของสถิติทดสอบอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (the likelihood ratio test statistic) เมื่อจัดในรูปอย่างง่ายแล้ว ดังนี้

$$G_t^{\,2} = 2n\left[F_n(t)\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \{1 + F_n(t)\}\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right]$$

เมื่อ $F_n(t)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของข้อมูลตัวอย่าง (empirical distribution function)

และจากการนำเสนอการจัดหมวดหมู่สถิติพหุนามของสถิติทดสอบสารูปสนิทดีของ เครซี่และรีด (Cressie & Read) โดยพิจารณาจากกลุ่มของตัววัดไดเวอร์เจน (direct divergence measure) , $2nI_t^{\lambda}$ ได้สถิติซึ่งขึ้นกับ λ ซึ่งเป็นจำนวนจริงใดๆ

เมื่อพิจารณาตัวอย่างสุ่มแบบทวินาม จะได้แฟมิลี่ของสถิติไดเวอร์เจนในการทดสอบ H_{0t} แย้งกับ H_{1t} คือ

$$2nI_t^{\lambda} = \frac{2n}{\lambda(\lambda+1)}\left[F_n(t)\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\}^{\lambda} + \{1 - F_n(t)\}\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}^{\lambda} - 1\right]$$

โดยที่ G_t^2 คือกรณีที่ $\lambda = 0$

ซึ่งในการสร้างสถิติใหม่ จะใช้สถิติ G_t^2 แทน Z_t และเลือกฟังก์ชันน้ำหนักที่เหมาะสม เพื่อให้ได้สถิติทดสอบแบบใหม่

ให้ $U_i = F_0(X_i)$, $i = 1,2,\ldots,n$

$U_{(i)} = F_0(X_{(i)})$, $i = 1,2,\ldots,n$

โดยที่ $X_1, X_2,\ldots,X_n$ เป็นอิสระกัน และมีการแจกแจงเดียวกัน (IID ; Independent and Identically Distribution) จาก F_0 ก็ต่อเมื่อ U_1 , U_2 ,..., U_n เป็นอิสระกัน และมีการแจกแจงเดียวกัน (IID) จาก U(0,1)

ในการทดสอบสมมติฐาน

H_0 : $F(x) = F_0(x)$

H_1 : $F(x) \neq F_0(x)$

พิจารณาสถิติในรูป

$T = T(U_1,U_2,\ldots,U_n)$

เมื่อ T(.) เป็นฟังก์ชันที่กำหนดให้ และเป็นอิสระจาก F_0 เนื่องจาก U_i และ $1-U_i$ มีการแจกแจงเดียวกันภายใต้สมมติฐานหลัก ดังนั้น T(.) จะสอดคล้องกับสมการ

$$T = T(U_1, U_2, \ldots, U_n) = T(1-U_1, 1-U_2, \ldots, 1-U_n)$$

ในกรณีเช่นนี้ กล่าวได้ว่า T มีการแจกแจงสมมาตรรอบมัธยฐาน (distribution symmetric about median)

ในการสร้างสถิติทดสอบแบบใหม่ที่มีการแจกแจงสมมาตร นอกจากจะเลือกฟังก์ชันน้ำหนักที่เหมาะสมแล้ว บางครั้งเราจำเป็นต้องปรับ $F_n(t)$ ที่จุด $(X_{(i)})$ ใดๆ ให้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง โดยนิยามใหม่เป็น $F_n(x_{(i)}) = \dfrac{i-c}{n+1-2c}$ เมื่อ c เป็นค่าคงที่อยู่ระหว่าง 0 และ 1 โดยทั่วไปเรามักจะเลือก c=½

ดังนั้นจะได้ $$F_n(x_{(i)}) = \frac{i-1/2}{n+1-2(1/2)} = \frac{i-1/2}{n}$$

หรือ $$F_n(x_{(i)}) = \left\{\frac{F_n(x_{(i)}-0) + F_n(x_{(i)}+0)}{2}\right\}$$

โดยที่ตามความเป็นจริงแล้ว อาจคิดว่า ณ จุด $X = x_{(i)}$ จะมีค่าสังเกตอยู่ $i-\frac{1}{2}$ ค่า หรือ $n-i+\frac{1}{2}$ ค่าที่อยู่ระหว่าง $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่า หรือมากกว่า X เช่น พิจารณา $X = x_{(3)}$ จะมีค่าสังเกตที่น้อยกว่า X อยู่ $3-\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$ ค่า และมีค่าสังเกตที่มากกว่า X อยู่ $10-3+\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$ ค่า ดังนั้นควรจะใช้ $F_n(x_{(i)}) = \dfrac{i-\frac{1}{2}}{n}$ แทน $F_n(x_{(i)}) = \dfrac{1}{n}$ เพราะฉะนั้นเราจะนำ $F_n(x_{(i)})$ ที่นิยามขึ้นมาใหม่มาสร้างสถิติทดสอบแบบใหม่ที่เป็นการแจกแจงสมมาตรโดยใช้สถิติทดสอบซึ่งสร้างโดยใช้อัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น แทน Z_t แล้วเลือกฟังก์ชันน้ำหนักที่เหมาะสม ซึ่งจะพิจารณาแยกเป็น 2 กรณีดังนี้

2.1 กรณีกำหนด $dw(t) = F_n(t)^{-1}\{1 - F_n(t)x^{-1}dF_n(t)\}$

แทน Z_t ในสมการ (2.2) ด้วย G_t^2

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} Z_t\, dw(t)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} G_t^{\,2}\, dw(t)$$

$$Z = 2n\int_{-\infty}^{\infty}\left[F_n(t)\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \{1-F_n(t)\}\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right]F_n(t)^{-1}\{1-F_n(t)\}^{-1}dF_n(t)$$

$$= 2n\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{1-F_n(t)}\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \left(\frac{1}{F_n(t)}\right)\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right)dF_n$$

ซึ่งสมมูลกับ

$$Z_A = -\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\log F_0(X_{(i)})}{n-i+\frac{1}{2}} + \frac{\log\{1-F_0(X_{(i)})\}}{(i-\frac{1}{2})}\right]$$

(โปรดดูวิธีพิสูจน์หน้า83)

2.2 กรณีกำหนด $dw(t) = F_0(t)^{-1}\{1-F_0(t)\}^{-1}dF_0(t)$

แทน Z_t ในสมการ (2.2) ด้วย G_t^2

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} Z_t\, dw(t)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} G_t^{\,2}\, dw(t)$$

$$= 2n\int_{-\infty}^{\infty}\left[F_n(t)\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + (1-F_n(t))\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right] * F_0(t)^{-1}\{1-F_0(t)\}^{-1}dF_0(t)$$

$$= 2n\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{F_n(t)}{F_0(t)(1-F_0(t))}\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \left(\frac{(1-F_n(t)}{F_0(t)(1-F_0(t)}\right)\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right] * dF_0(t)$$

ซึ่งสมมูลกับ $\sum_{i=1}^{n}\left[\log\{F_0(X_{(i)})^{-1}-1\} - b_{i-1} + b_i\right]^2 + C_n$

เมื่อ C_n เป็นค่าคงที่ และ $b_i = i\log\left(\frac{1}{n}\right) + (n-i)\log\left(1-\frac{i}{n}\right)$

เนื่องจาก $b_{i-1} - b = \log\left[\frac{(n-\frac{1}{2})}{(i-\frac{3}{4})-1}\right]$

ดังนั้น สถิติทดสอบ Z_c ประมาณได้ในรูป

$$Z_c = \sum_{i=1}^{n}\left[\log\left\{\frac{F_0(X_{(i)})^{-1}-1}{\left[\frac{(n-\frac{1}{2})}{(i-\frac{3}{4})}\right]-1}\right\}\right]^2$$

(โปรดดูวิธีพิสูจน์หน้า84)

การทดสอบสมมติฐานด้วยสถิติทดสอบซึ่งสร้างโดยใช้อัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น Z_A และ Z_C จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α ถ้าค่าสถิติทดสอบ Z_A และ Z_C ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าสถิติทดสอบที่เปิดได้จากตารางการแจกแจงความน่าจะเป็นของสถิติทดสอบ Z_A และ Z_C ตามลำดับ

3. <u>สถิติทดสอบคราเมอร์-ฟอนมิส แบบถ่วงน้ำหนัก</u>

ให้ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ เป็นค่าสังเกตจากตัวแบบ AR(2) ที่สเตชันนารี
ตัวแบบ AR(2) คือ

$$X_t - \mu = \phi_1(X_{t-1} - \mu) + \phi_2(X_{t-2} - \mu) + \varepsilon_t$$

โดยที่ ϕ_1, ϕ_2 เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า
และ $\{\varepsilon_t\}$ เป็นการรบกวนสุ่มที่เป็นอิสระกัน และมีการแจกแจงเดียวกัน ซึ่งไม่ทราบฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่มีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง นั่นคือ $E(\varepsilon_t) = 0$ และ $E\left(\varepsilon_t^2\right) = \sigma^2, 0 < \sigma^2 < \infty$

สมมติจะทดสอบสมมติฐาน

H_0 : $F(\varepsilon) = F_0(\varepsilon/\sigma)$ แย้งกับ H_1 : $F(\varepsilon) \neq F_0(\varepsilon/\sigma)$

โดยที่ F_0 คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมแบบต่อเนื่องที่ทราบฟังก์ชัน

และ σ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

ให้ $\bar{x}, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$ และ $\hat{\sigma}^2$ แทนค่าประมาณของพารามิเตอร์ $\mu, \phi_1, \phi_2, \sigma^2$ ตามลำดับ ดังนี้

$$\bar{x} = \frac{\sum_{t=1}^{n} x_t}{n}$$

$$\hat{\phi}_1 = \frac{r_1(1 - r_2)}{1 - r_1^2}$$

$$\hat{\phi}_2 = \frac{(r_2 - r_1^2)}{1 - r_1^2}$$

โดยที่ $$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n} (x_t - \bar{x})(x_{t-1} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2}$$

$$r_2 = \frac{\sum_{i=3}^{n}(x_i - \bar{x})(x_{i-2} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

และ $$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=3}^{n}\left\{(x_i - x_n) - \hat{\phi}_1 (x_{i-1} - \bar{x}) - \hat{\phi}_2 (x_{i-2} - \bar{x})\right\}^2}{n-2}$$

จากทฤษฎีของ สแวนพอล (Swanepoel) และ แวนแกรน (Van Graan) ให้ $\varepsilon_{(1)} \le \varepsilon_{(2)} \le \dots \le \varepsilon_{(n-2)}$ แทนสถิติลำดับของการรบกวนสุ่ม $\varepsilon_3, \varepsilon_4, \dots, \varepsilon_n$ ที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงเดียวกัน แล้ว$F(\varepsilon) = F_0(\varepsilon / \sigma)$ ก็ต่อเมื่อ $E\{F_0(\varepsilon_{(k)} / \sigma\} = k/n$ สำหรับทุก $n \ge 3$ และทุก k , $1 \le k \le n-2$

การสร้างสถิติทดสอบ เราจะประมาณ$E\{F_0(\varepsilon_{(k)} / \sigma\}$ โดยใช้วิธีบูตแสทรปสำหรับสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ และกำหนดความแตกต่างระหว่างตัวประมาณกับค่าจริงที่เหมาะสม และกำหนด $D_{n,k}$=k/n

และการรบกวนสุ่มเป็นตัวแปรสุ่มอิสระที่ไม่สามารถหาค่าได้ ซึ่งสามารถประมาณจาก

$$\hat{\varepsilon}_i = (X_i - \bar{X}) - \hat{\phi}_1(X_{i-1} - \bar{X}) - \hat{\phi}_2(X_{i-2} - \bar{X}) \qquad , i=3,4,\dots,n$$

การประมาณ $E\{F_0(\varepsilon_{(k)} / \sigma\}$ มีขั้นตอนดังนี้

1. คำนวณค่า $\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \hat{\sigma}$ และ $\hat{\varepsilon}_i$, i=3,4,…,n

2 สร้างตัวแปรสุ่ม $\varepsilon^*_3, \varepsilon^*_4, \dots, \varepsilon^*_n$ โดยวิธีสุ่มคืนที่จาก $\hat{\varepsilon}_3, \hat{\varepsilon}_4, \dots, \hat{\varepsilon}_n$

3 กำหนดตัวประมาณบูตแสทรปของ $E\{F_0(\varepsilon_{(k)} / \sigma\}$ เป็น

$$T_{n,k}(X_n) = E_*\left\{F_0(\varepsilon^*_{(k)} / \hat{\varepsilon}_n)\right\} \qquad , 1 \le k \le n$$

โดยที่ $\varepsilon^*_{(1)} \le \varepsilon^*_{(2)}, \dots, \varepsilon^*_{(n-2)}$ เป็นสถิติลำดับ ของ $\varepsilon^*_3, \varepsilon^*_4, \dots, \varepsilon^*_n$

ดังนั้น E. แทนค่าคาดหวังการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของ $\varepsilon^*_3, \varepsilon^*_4, \dots, \varepsilon^*_n$ เมื่อกำหนด $\hat{\varepsilon}_3, \hat{\varepsilon}_4, \dots, \hat{\varepsilon}_n$ และจากทฤษฎี ของ (Efron) สามารถทำให้ง่ายได้ดังนี้

$$P^*(\varepsilon^*_{(k)} = \hat{\varepsilon}_{(i)}) = \sum_{l=0}^{k-1}\binom{n-2}{l}\left(\frac{i-1}{n-2}\right)^l\left(1-\frac{i-1}{n-2}\right)^{n-2-l} - \sum_{l=0}^{k-1}\binom{n-2}{l}\left(\frac{i}{n-2}\right)^l\left(1-\frac{i}{n-2}\right)^{n-2-l}$$

$$= w_{n,i}(k)$$

เมื่อ $\varepsilon^*_{(1)} \le \varepsilon^*_{(2)}, \dots, \varepsilon^*_{(n-2)}$ เป็นสถิติลำดับ ของ $\varepsilon^*_3, \varepsilon^*_4, \dots, \varepsilon^*_n$

ดังนั้น $$T_{n,k}(X_n) = \sum_{i=1}^{n-2} F_0\left(\frac{\hat{\varepsilon}_{(i)}}{\hat{\sigma}}\right) w_{n,i}(k)$$

ฉะนั้นจะกำหนดสถิติทดสอบคราเมอร์-ฟอนมิส แบบถ่วงน้ำหนัก ดังนี้

$$W_n(X_n)=\sum_{k=1}^{n-1} g^2\left(D_{n,k}\right)\left\{T_{n,k}(X_n)-D_{n,k}\right\}^2$$

โดยที่ $g \geq 0$ เป็นฟังก์ชันน้ำหนักที่ศึกษาบางฟังก์ชัน

การทดสอบสมมติฐาน จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ถ้า $W_n(X_n) \geq C_n(\alpha)$ สำหรับระดับนัยสำคัญ α (หรือ $P_{H_0}(W_n(X_n) \geq C_n(\alpha)) = \alpha$) ซึ่งการคำนวณค่าวิกฤติจะใช้วิธีบูตแสทรปสำหรับสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ ดังนี้

1. สร้างการรบกวนสุ่ม $\varepsilon^*{}_3, \varepsilon^*{}_4, \ldots, \varepsilon^*{}_n$ ที่เป็นอิสระกัน และมีการแจกแจงเหมือนกันจากฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่ทราบฟังก์ชัน F_0
2. กำหนดค่าเริ่มต้น $X^*{}_1 = \overline{X}$ และ $X^*{}_2 = \overline{X}$ และคำนวณ $X^*{}_i$ จาก $X^*{}_i - \overline{X} = \hat{\phi}_1\left(X^*{}_{i-1} - \overline{X}\right) + \hat{\phi}_2(X^*{}_{i-2} - \overline{X}) + \varepsilon^*{}_i$ เมื่อ i = 3,4,…,n
3. คำนวณค่าสถิติทดสอบ $W_n(X^*{}_n) = W^*{}_1$
4. คำนวณค่าสถิติ B ครั้ง จะได้ค่าสถิติ $W^*_1, W^*_2, \ldots, W^*_B$ และให้ $W^*_{(1)} \leq W^*_{(2)} \leq \ldots \leq W^*_{(B)}$ เป็นสถิติอันดับของ $W^*_1, W^*_2, \ldots, W^*_B$
5. ประมาณค่าวิกฤติจาก $W^*_{[B(1-\alpha)]}$ โดยที่ $[B(1-\alpha)]$ แทนจำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ $B(1-\alpha)$

4. <u>ความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 และความคลาดเคลื่อนประเภทที่2</u>

ในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ ผลการทดสอบอาจเกิดความคลาดเคลื่อนได้ 2 ประเภท คือ

1. ความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 (Type I Error) คือความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อสมมติฐานหลักจริง ใช้สัญลักษณ์ α
2. ความคลาดเคลื่อนประเภทที่2 (Type II Error) คือความน่าจะเป็นที่จะยอมรับสมมติฐานหลัก เมื่อสมมติฐานหลักไม่จริง ใช้สัญลักษณ์ β

แบบทดสอบที่ดี คือแบบทดสอบที่มีความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 และความคลาดเคลื่อนประเภทที่2 น้อย แนวทางหนึ่งที่สามารถจะลดความคลาดเคลื่อนทั้ง 2 ประเภทได้ คือการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 โดยการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักจริง (α) ของการวิจัย กับค่าความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ

สมมติฐานหลักจริง ที่กำหนด (ซึ่งในที่นี้ เท่ากับ 0.05) หากค่าสถิติทดสอบความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 มีค่าน้อยกว่า 0.066 จะถือว่าสถิติทดสอบนั้นสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 ได้ ซึ่งหากเราสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่1 ได้ แล้วเราสามารถจะควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่2 ได้เช่นกัน นั่นคือ เราสามารถหากำลังการทดสอบสูงสุดได้

ตารางที่ 2.1
แสดงการเกิดความคลาดเคลื่อนทั้ง 2 ประเภท

การตัดสินใจ	สมมติฐานหลักเป็นจริง	สมมติฐานหลักไม่เป็นจริง
ยอมรับสมมติฐานหลัก	การตัดสินใจถูกต้อง (1-α)	ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (β)
ปฏิเสธสมมติฐานหลัก	ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (α)	การตัดสินใจถูกต้อง (1-β)