ภาคผนวก ค

วิธีการพิสูจน์สถิติและสถิติทดสอบซึ่งสร้างโดยอาศัยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น Z_A และ Z_C

1. **สถิติทดสอบซึ่งสร้างโดยอาศัยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น Z_A**

กำหนด $dw(t) = F_n(t)^{-1}\{1 - F_n(t)x^{-1}dF_n(t)\}$

แทน Z_t ในสมการ (2.2) ด้วย G_t^2

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} Z_t\, dw(t)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} G_t^{\,2}\, dw(t)$$

$$Z = 2n\int_{-\infty}^{\infty}\left[F_n(t)\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \{1 - F_n(t)\}\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right]F_n(t)^{-1}\{1 - F_n(t)\}^{-1}dF_n(t)$$

$$= 2n\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{1-F_n(t)}\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \left(\frac{1}{F_n(t)}\right)\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right)dF_n$$

ซึ่งสามารถประมาณได้ในรูป

$$Z = 2n\left(\frac{1}{n}\right)\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{1-F_n(t)}\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \left(\frac{1}{F_n(t)}\right)\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{1-\left\{\dfrac{(1-\frac{1}{2})}{n}\right\}}\log\left\{\frac{i-\frac{1}{2}}{nF_0(X_{(i)})}\right\} + \left(\frac{1}{\dfrac{(i-\frac{1}{2})}{n}}\right)\log\left\{\frac{1-\left\{\left(\dfrac{(i-1/2)}{n}\right)\right\}}{1-F_0(X_{(i)})}\right\}\right]$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{n}{n+1-\frac{1}{2}}\log\left\{\frac{i-\frac{1}{2}}{nF_0(X_{(i)})}\right\} + \left(\frac{n}{i-\frac{1}{2}}\right)\log\left\{\frac{n-i+\frac{1}{2}}{n(1-F_0(X_{(i)})}\right\}\right]$$

$$= -2\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{n}{n-i+\frac{1}{2}}\log\left\{\frac{nF_0(X_i)}{i-\frac{1}{2}}\right\} - \left(\frac{n}{i-\frac{1}{2}}\right)\log\left\{\frac{n(1-F_0(X_{(i)})}{n-1+\frac{1}{2}}\right\}\right]$$

ซึ่งสมมูลกับ

$$Z_A = -\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\log F_0(X_{(i)})}{n-i+\frac{1}{2}} + \frac{\log\{1-F_0(X_{(i)})\}}{(i-\frac{1}{2})}\right]$$

2. <u>สถิติทดสอบซึ่งสร้างโดยอาศัยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น Z_C</u>

$$dw(t) = F_0(t)^{-1}\{1-F_0(t)\}^{-1}dF_0(t)$$

แทน Z_t ในสมการ (2.2) ด้วย G_t^2

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} Z_t\, dw(t)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} G_t^{\,2}\, dw(t)$$

$$= 2n\int_{-\infty}^{\infty}\left[F_n(t)\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + (1-F_n(t))\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right] * F_0(t)^{-1}\{1-F_0(t)\}^{-1}dF_0(t)$$

$$= 2n\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{F_n(t)}{F_0(t)(1-F_0(t))}\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \left(\frac{(1-F_n(t)}{F_0(t)(1-F_0(t)}\right)\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right] * dF_0(t)$$

ซึ่งสามารถประมาณได้ในรูป

$$Z = 2n\left(\frac{1}{n}\right)\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{F_n(t)}{F_0(t)(1-F_0(t))}\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \left(\frac{(1-F_n(t)}{F_0(t)(1-F_0(t))}\right)\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right]$$

$$= 2\sum_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{\frac{(i-\frac{1}{2})}{n}}{F_0(x_{(i)})(1-F_0(X_{(i)}))}\log\left\{\frac{\frac{(i-\frac{1}{2})}{n}}{F_0(x_{(i)})}\right\} + \left[\frac{1-\frac{(i-\frac{1}{2})}{n}}{F_0(x_{(i)})(1-F_0(x_{(i)}))}\right]\log\left[\frac{1-\frac{(i-\frac{1}{2})}{n}}{1-F_0(x_{(i)})}\right]\right]$$

$$= 2\sum_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{(2i-1)}{nF_0(X_{(i)})(1-F_0(X_{(i)}))}\log\left\{\frac{(2i-1)}{nF_0(X_{(i)})}\right\} + \left[\frac{(n-i+\frac{1}{2})}{nF_0(X_{(i)})(1-F_0(X_{(i)}))}\right]\log\left\{\frac{(n-i+\frac{1}{2})}{n(1-F_0(X_{(i)})}\right\}\right]$$

ซึ่งสมมูลกับ $\sum_{i=1}^{n}\left[\log\{F_0(X_{(i)})^{-1}-1\} - b_{i-1} + b_i\right]^2 + C_n$

เมื่อ C_n เป็นค่าคงที่ และ $b_i = i\log\left(\frac{1}{n}\right) + (n-i)\log\left(1-\frac{i}{n}\right)$

เนื่องจาก $b_{i-1} - b = \log\left[\frac{(n-\frac{1}{2})}{(i-\frac{3}{4})-1}\right]$

ดังนั้น

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\log\left\{F_0(X_{(i)})^{-1}\right\}-b_{i-1}+b_i\right]^2+C_n$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left[\log\left\{F_0(X_{(i)})^{-1}\right\}-(b_{i-1}+b_i)\right]^2+C_n$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left[\log\left\{F_0(X_{(i)})^{-1}\right\}-\log\left\{\frac{(n-\frac{1}{2})}{(i-\frac{3}{4})-1}\right\}\right]^2+C_n$$

$$Z_c=\sum_{i=1}^{n}\left[\log\left\{\frac{F_0(X_{(i)})^{-1}-1}{\frac{(n-\frac{1}{2})}{(i-\frac{3}{4})-1}}\right\}\right]^2+C_n$$

ซึ่งประมาณได้ในรูป

$$Z_c=\sum_{i=1}^{n}\left[\log\left\{\frac{F_0(X_{(i)})^{-1}-1}{\left[\frac{(n-\frac{1}{2})}{(i-\frac{3}{4})}\right]-1}\right\}\right]^2$$